

UNIVERSIDAD INTERNACIONAL SEK



**FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS
Y ADMINISTRATIVAS**

CARRERA DE INGENIERÍA FINANCIERA

TESIS DE GRADO

TEMA:

***OPTIMIZACIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN
UTILIZANDO EL MÉTODO DE HARRY M. MARKOWITZ
APLICACIÓN A UN CASO PRÁCTICO***

**ELABORADO POR:
CRISTINA TUFIÑO PERALTA**

**DIRECTOR:
EC. RODRIGO SÁENZ F.**

1999 – 2004

AGRADECIMIENTO

Agradezco en primer lugar a Dios quien me ha permitido cursar mi carrera y cumplir con mis metas. A mis padres quienes me inculcaron los valores del trabajo y la responsabilidad, y por que ellos han formado en mí la persona que soy hoy en día. También agradezco a mis profesores y mi director de tesis por todos los conocimientos impartidos y el apoyo brindado. Y a aquellas personas que contribuyeron intelectual y emocionalmente a la culminación de esta tesis.

DECLARATORIA

Yo, Cristina Paola Tufiño Peralta, portadora de la cédula de ciudadanía 0103334561, declaro solemnemente que, la presente tesis, ha sido elaborada en su integridad por quien suscribe la presente, y en ningún momento ha sido producto de plagio o copia de trabajos similares.

Firma

INDICE

Resumen Ejecutivo	i
Abstract	ii

CAPÍTULO 1 INVERSIONES

1.1 Entorno y Principios de la Inversión	1
1.2 Valores	2
1.3 Riesgo, rendimiento y diversificación	4
1.3.1 Riesgo de los Valores	5
1.3.2 Rentabilidad	7
1.3.3 Diversificación	10
1.4 Coeficiente Beta, Desviación Estándar y Covarianza	16
1.4.1 Coeficiente Beta	16
1.4.2 Desviación estándar	18
1.4.3 Covarianza y Correlación	20
1.5 Proceso de inversión	22

CAPÍTULO 2 MERCADOS

2.1 Mercado Monetario	24
2.2 Mercado Cambiario	24
2.3 Mercado de Valores	26
2.3.1 Valores de Renta Fija	26
2.3.2 Valores de Renta Variable	27
2.3.3 Instituciones que participan	30
2.4 Mercados Eficientes	31
2.4.1 Criterio de Eficiencia Débil	35
2.4.2 Criterio de Eficiencia Semifuerte	36
2.4.3 Criterio de Eficiencia Fuerte	36

CAPÍTULO 3 EL MODELO DE MARKOWITZ

3.1 Teoría de Carteras	37
3.2 Rendimiento y riesgo del Portafolio	38
3.2.1 Rendimiento de la cartera	39
3.2.2 Riesgo de la cartera	40
3.3 Insaciabilidad y Aversión al Riesgo	44
3.4 Curvas de Indiferencia	45
3.5 Frontera Factible y Frontera Eficiente	50
3.6 Cálculo de la Frontera Eficiente	53
3.7 Casos de Correlación Extrema	60
3.7.1 Perfecta correlación positiva	60
3.7.2 Perfecta correlación negativa	63
3.8 Efecto de la Diversificación	65
3.9 Préstamo y Endeudamiento Libre de Riesgo	67
3.9.1 Préstamo Libre de Riesgo	68
3.9.2 Endeudamiento Libre de Riesgo	71
3.10 Línea de Mercado de Capitales	75

CAPÍTULO 4 ADMINISTRACIÓN DEL PORTAFOLIO

4.1 Funciones de la administración de inversiones	78
4.2 Establecimiento de una política de inversión	78
4.3 Análisis de Valores y Construcción del Portafolio	81
4.3.1 Análisis de Valores	82
4.3.2 Construcción del Portafolio	83
4.4 Revisión del Portafolio	84
4.5 Evaluación del Portafolio	85
4.5.1 Medidas de Rendimiento	85
4.5.2 Índices de Mercado	86
4.5.3 Medidas de desempeño ajustadas al riesgo	88

CAPÍTULO 5	CASO PRÁCTICO DE OPTIMIZACIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN	
5.1 Caso Práctico		93
CAPÍTULO 6	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	
6.1 Conclusiones		100
6.2 Recomendaciones		101
BIBLIOGRAFÍA		103
ANEXOS		

RESUMEN EJECUTIVO

Invertir significa arriesgar dinero en el presente esperando un dinero en el futuro con una recompensa; con frecuencia se realizan inversiones en activos tangibles e inversiones financieras (activos financieros como contratos, papeles acciones o bonos). En la actualidad, y principalmente en el ámbito internacional existe un gran mercado de inversiones de activos financieros de capital en el que se manejan grandes cantidades de dinero de un gran número de inversionistas que buscan hacer crecer su dinero.

Pero el rendimiento de las inversiones en valores, como las acciones es incierto, lo que acarrea un nivel de riesgo y los inversionistas buscarán la forma de maximizar sus inversiones con un riesgo específico el cual están dispuestos a asumir, o a minimizar el riesgo después de establecer una rentabilidad específica esperada. Gracias a esto se han conformado portafolios de inversión o carteras que buscan reducir el riesgo mediante cálculos matemáticos y teorías como el Modelo de Harry Markowitz quien desarrolló la teoría moderna de la cartera en el año 1952 que nos ayudan a seleccionar los activos financieros idóneos que conformarán un portafolio de inversión.

Actualmente en el Ecuador existen alrededor de \$300 millones de dólares en fondos de inversión ofrecidos al público y en los bancos que habitualmente conforman mesas de dinero y manejan portafolios, se aproxima a los \$1000 millones. Al mismo tiempo hay inversionistas que buscarán invertir en títulos valores en el extranjero ya sea a título personal o para una compañía, y el conocimiento sobre la optimización de sus inversiones es necesario para un buen desenvolvimiento y manejo de las finanzas, teniendo claro que un portafolio óptimo siempre será diferente de otro, porque depende de las expectativas de cada cliente.

ABSTRACT

To invest means to put money in risk in the present, waiting for money in the future with a reward; frequently investments are made in tangible assets and in financial instruments (contracts, papers, stocks, or bonds). At the present time and mainly in the international ambit, exist a big market of investments in financial assets, in which, great amounts of money of a great number of investors who search for their money to increase, are handled.

But the return of the investments in stocks, are uncertain, characteristic that carries on a level of risk, and the investors will look for maximize their investments with a specific risk, which they agreed to assume, or to diminish the risk after establishing an specific expected return. Thanks to this, portfolios that try to diversify the risk trough mathematical calculations have been conformed. Concepts like the Harry Markowitz's Model who developed the Portfolio's Modern Theory in 1952, help us to select suitable financial assets that will conform an investment portfolio.

At the moment in Ecuador there are around \$300 million dollars in investment funds offered to the public and in banks that habitually conform and handle portfolios, it comes near to \$1000 million. At the same time there are investor who will search for invest in stocks abroad for personal convenience or in behalf of a company, and the knowledge on the optimization of these investments is necessary for a good developing and handling of the finances, knowing clearly that optimal portfolio always will be different, one from another, because it depends on the expectation of each client.

CAPÍTULO 1

INVERSIONES

preocupará de analizar u obtener información acerca de la seguridad de su inversión. La decisión que se tome dependerá de la aversión al riesgo.

La rentabilidad esperada está dada normalmente en función al riesgo asumido propio del tipo de inversión, a las condiciones de mercado y del país.

La liquidez también es importante en la decisión de inversión ya que se necesita saber que tan rápido se puede convertir en efectivo el activo financiero para poder disponer de él en el momento necesario. Esta característica dependerá del tipo de valor con el que estemos negociando.

1.2 Valores

Siempre al hacer cualquier tipo de negocio, hay un contrato o documento que lo respalda, del que se puede hacer uso en caso de incumplimiento de lo estipulado en dicho contrato, para recuperar el bien o un equivalente a lo gastado. En el caso de préstamos en los bancos, existen garantías que cubrirán el préstamo, o en su defecto pagarés que se podrán ejecutar. Así también para obtener fondos se podría prometer un derecho de participación a cambio de los fondos de los inversionistas, y la ventaja es que no se prometen dividendos periódicos irrevocables, sino se reparte lo que el directorio considere razonable cada año, teniendo derecho a participar en las elecciones ya que se convierte en propietario de la empresa desde que el inversionista adquiere acciones de la empresa sobre la cual podrá ejercer control de las operaciones.

No sólo tenemos como valores a las acciones comunes, pues existe una gran variedad de ellos en la actualidad, ya que a lo largo del tiempo se han ido innovando y se han creado nuevas opciones para el inversionista dependiendo de

las necesidades. Así tenemos una sugerencia de la clasificación de las innovaciones financieras hecha por el Consejo Económico de Canadá:¹

- Instrumentos para ampliación de mercado.- que aumentan la liquidez de los mercados y la disponibilidad de fondos atrayendo nuevos inversionistas y proporcionando nuevas oportunidades a los prestatarios.
- Instrumentos para el manejo de riesgo.- que reubican los riesgos financieros hacia aquellos que les son menos desagradables o que ya se han presentado y por lo tanto se tiene más capacidad de manejarlos.
- Instrumentos y Procesos de Arbitraje.- que permiten a los inversionistas y prestatarios aprovechar las diferencias en costos y retornos entre mercados, y que reflejan diferencias en la percepción de riesgos así como de información, grabación de impuestos y reglamentación.

De esta manera encontramos que los valores existentes se han ido innovando o diversificando dependiendo de las necesidades de los inversionistas, sabiendo que hay otro tipo de clasificaciones, de todas formas el motivo para que se hayan generado nuevos instrumentos financieros es el ímpetu actual por tratar de encontrar una manera de distribuir mejor el riesgo y encontrar huecos o diferencias que favorecen a alguien dentro de las reglas impositivas; por lo que se entiende en términos generales que un valor nos da el derecho a exigir el recibir beneficios futuros bajo ciertas condiciones.

Lo primordial al analizar los valores a los que se puede tener acceso, es tratar de determinar los beneficios futuros, así como las condiciones bajo las cuales éstos tendrán lugar, y la probabilidad de ocurrencia de dichas condiciones. Dentro de los valores más conocidos tenemos los Bonos y las Acciones ordinarias,

¹ FABOZZI Frank; MODIGLIANI Franco; FERRI Michael; “*Mercados e Instituciones Financieras*”; Edit. Prentice Hall; Primera Edición; 1996; p. 28

siendo estos dos, al igual que la mayoría de valores e instrumentos negociados, fácilmente transferibles de un tenedor o propietario a otro.

Los bonos representan un compromiso por un préstamo de dinero y generalmente son de largo plazo, consiste en pagos anuales (la cantidad del cupón) hasta el vencimiento donde el pago será del cupón más el principal. Dentro de los bonos podemos encontrar bonos del Estado, llamados Bonos o Letras del Tesoro en Estados Unidos, o los bonos Corporativos los cuales en la mayoría de los casos proporciona rendimientos más altos que los primeros. La rentabilidad de los bonos es más fácil de predecir, sobretodo en el período de vencimiento, que las acciones ordinarias, ya que se conoce el valor que será entregado una vez cumplido el plazo, y si se lo vende antes de la fecha de vencimiento establecida, se puede calcular con mayor seguridad el valor de venta.

Por otra parte, las acciones ordinarias representan un compromiso de pagar dividendos que no son necesariamente iguales en todos los períodos ya que dependen de la decisión de la junta directiva de acuerdo al desempeño que la empresa tenga durante ese año, razón por la cual el valor de venta estimado puede variar en términos considerables, esto hace más difícil predecir cuál es el rendimiento anual. Debido a esta incertidumbre estos valores podrían proporcionar rendimientos mayores a los bonos, pero no se tiene certeza sobre esto ya que son muy volátiles.

1.3 Riesgo, Rendimiento y Diversificación

Los rendimientos anuales que pueden tener los distintos valores o instrumentos financieros disponibles en el mercado dependen mucho del entorno económico y son variables; se tiene disponible información histórica que podría ayudar a predecir los rendimientos futuros de los valores, pero es importante saber que no necesariamente la variabilidad del pasado será un exacto indicador del

futuro, por ejemplo, si se habla de los Bonos en los que se conoce al monto a recibir al final, el riesgo es menor, a diferencia de las acciones ordinarias por su característica de volatilidad.

Conociendo estas características de los valores se puede establecer que existe un nivel de riesgo diferente para cada tipo de inversión que se realice. También se puede decir que no existe un valor mejor que otro, pues es el inversionista quien decide que es lo que mejor le conviene y elige el rendimiento dependiendo del nivel de riesgo que esté dispuesto a asumir. Por lo tanto si conformamos un portafolio combinando diferentes valores que tienen diferentes riesgos y rendimientos esperados, el valor con menor riesgo hará disminuir el riesgo promedio del portafolio porque cuando unos valores no están funcionando bien, otros sí lo están haciendo, a esto lo llamamos diversificación.²

1.3.1 Riesgo de los valores

El riesgo es un elemento clave en la teoría de portafolios, ya que quiere decir que hay una posibilidad de pérdida, por esto debe ser tomado en cuenta para la selección de una cartera. Cada inversión tiene un riesgo total que se refiere a todos los riesgos relacionados con ella, ya que el riesgo no tiene una sola fuente. Este riesgo total se divide en dos partes: 1. El riesgo sistemático y 2. El riesgo no sistemático.

- Riesgo sistemático se refiere a los factores que afectan a todos los valores ya que no existe una forma de proteger los valores o inversiones de este riesgo, que puede ser medido por el coeficiente beta.
- Riesgo no sistemático es el que nos queda del riesgo total después de haber reducido el riesgo sistemático, y viene de los factores que afectan la rentabilidad de un solo tipo de valores.

² ALEXANDER, Gordon; SHARPE, William; BAILEY, Jeffery; “*Fundamentos de Inversiones*”; Edit. Prentice Hall; Tercera Edición; 2003; p. 8

Fuentes de Riesgos

Como ya se mencionó anteriormente el riesgo de una inversión no proviene de una sola fuente o causa, debido a esto podemos identificar tres fuentes de riesgos:

- Riesgo de Mercado debido a las fluctuaciones del precio de mercado de los valores y por lo tanto su rendimiento. Si se analiza históricamente los rendimientos de las bolsas de valores se puede ver claramente las fluctuaciones y la inestabilidad dada por los inversionistas que tienen cada uno sus propias expectativas y necesidades. Se debe indicar de la misma manera, que las acciones por sí solas pueden no fluctuar en la misma proporción que lo hace el mercado en su conjunto, ya que suelen ser más volátiles o menos volátiles que el mercado.³
- Riesgo Comercial se refiere a la posibilidad o probabilidad de que una empresa pueda quebrar o fracasar, pues se encuentra en mal estado financiero lo que puede acarrear restricciones en su desempeño operativo, este riesgo comercial puede estar dado por insolvencia de la misma empresa, en cuyo caso es algo que preocupa tanto a sus accionistas como a sus acreedores, o puede darse por medidas gubernamentales.

Por insolvencia, por ejemplo, Chrysler Corporation, en los años 70 sufrió una crisis en la que los clientes empezaron a comprar autos pequeños y más económicos, mientras éstos seguían produciendo sus autos grandes y caros, al no tener lo que el público buscaba se encontraron con un gran problema de inventarios que no se podían vender. La Chrysler tuvo que solicitar 400 millones de dólares para salir a flote, esto hizo que el precio de sus acciones baje considerablemente.

³ BENTON, E. Gup; “*Principios Básicos sobre inversiones*”; Edit. C.E.C.S.A; México; 1982; p.109

Las medidas gubernamentales pueden afectar a una empresa ya que se conceden monopolios a las empresas y por otra parte se trata de deshacer empresas por ser monopolios, de igual manera existen regulaciones que apoyan la competencia. El Gobierno es quien reglamenta y da permisos de rutas para las aerolíneas, como también la entrada de farmacéuticas al mercado, por ejemplo, y esto puede afectar o favorecer a determinadas empresas.

- Riesgo en el poder adquisitivo se refiere principalmente a los valores de renta fija que proporcionan pagos periódicos y fijos, como en el caso de los bonos u obligaciones. El riesgo viene dado por la inflación que anula el poder adquisitivo de estos pagos, ya que por cada año que se conserve el bono u obligación, el pago fijo que se recibe valdrá menos y este riesgo se incrementa durante los períodos en que la inflación aumenta más de lo normal, lo que hace que las tasas de interés suban y el precio de valor de renta fija disminuya.

1.3.2 Rentabilidad

La rentabilidad también conocida como rendimiento es el reflejo de lo que sucede en una empresa, es cuan bien se ha desempeñado en sus funciones operativas para generar ganancias, entonces cuando se habla de rentabilidad se refiere a la ganancia que se obtiene en un determinado período, y en lo que concierne a inversiones es cuanto se ganará al final de este período con el dinero invertido; para el caso de las acciones se tomará en cuenta la ganancia de capital (diferencia entre el precio de compra y el precio de venta de una acción) más los dividendos recibidos mientras se mantuvo como propiedad del inversionista.

Muchos inversionistas quisieran que sus acciones suban de precio en gran proporción en un corto período de tiempo como ha pasado en algunos casos,

pero la incertidumbre de cómo fluctuarán los precios hacen que estas inversiones sean bastante riesgosas porque también se puede perder mucho dinero. Entre los factores que afectan las fluctuaciones de precio de mercado de los valores están:⁴

Actividad en los negocios Cuando las empresas son rentables, sus utilidades aumentan, los dividendos pagados crecen, y el precio de las acciones también, si debido a la falta de utilidades no se repartiesen utilidades en un largo período de tiempo, el valor de las acciones bajarán drásticamente.

Inflación Es considerado como un fenómeno monetario donde hay escasez de bienes con una fuerte demanda, lo que provoca un alza en los precios, esto provoca también un alza en las tasas de interés, representando costos de financiamiento más elevados, dejando así menos dinero para la repartición de dividendos. La inflación también influye en la tasa de descuento que requieren los inversionistas ya que tienen que cubrirse de ella y al calcular el valor de las acciones estos disminuyen, esto se puede ver en la ecuación utilizada para calcular el valor intrínseco de una acción:

$$P_o = \frac{D_1}{k - g}$$

Donde:

P_o = precio intrínseco de la acción hoy

D_1 = dividendo que pagará la empresa por cada acción a perpetuidad

g = tasa de crecimiento de los dividendos

k = tasa de descuento

Si como resultado de la inflación los inversionistas requieren una tasa de descuento de 12% cuando la tasa original era 10% y los dividendos eran de \$2,10 esperando que crezcan en un 3% anual, el precio de la acción pasará de \$30,00 a \$23,33.

⁴ BENTON, E. Gup; *Op.Cit.*; p.113

Psicología del inversionista Dependiendo de las reacciones que tenga un grupo de inversionistas frente a sucesos nacionales o internacionales, y cuales son los valores que consideran de moda, el precio de los mismos se verán afectados si se consideran más atractivos hasta que los inversionistas consideren que nuevas inversiones serán mejores.

Para el caso de los bonos, la rentabilidad está dada por el pago de los cupones y las ganancias de capital que se puedan obtener en el momento de venderlas, de todas maneras estos rendimientos también son fluctuantes debido a las tasas de interés del mercado lo que hace que también varíe la tasa de descuento que requiere el inversionista.

Rentabilidad Esperada

La rentabilidad esperada de un valor puede calcularse como el promedio de las rentabilidades históricas. Dependiendo que tan representativos sean estos datos, esta información será confiable, pero lo que haya sucedido en el pasado no se va a repetir con certeza en el futuro, de ahí que la rentabilidad va unida al riesgo ya que no existe ningún método que pueda predecir el futuro con certeza.

Así también, sobre la base de predicciones, se puede establecer la rentabilidad esperada anual con la siguiente fórmula:

$$R_e = \frac{D_1 + P_1}{P_0}$$

Donde:

D_1 = Dividendos esperados durante el período de tenencia

P_1 = Precio esperado al final del período de tenencia

P_0 = Precio actual de mercado, o precio al inicio del período de tenencia

Si se tienen datos mensuales, se podrá calcular la rentabilidad mensual y llevar el cálculo a la rentabilidad anual de esta manera:

$$R_{\text{anual}} = [(1+r_1)(1+r_2)(1+r_3)\dots(1+r_{12})]^{1/12} - 1$$

De todas formas, sabemos que "la rentabilidad histórica promedio no es lo mejor para predecir precios y rentabilidades futuras ya que no toma en cuenta la trayectoria que han seguido los precios en los últimos años, y hay una metodología que si toma en cuenta esta trayectoria que es la estimación de modelos de series de tiempo o modelos de regresión integrados de medias móviles"⁵. Este método es más preciso para calcular la rentabilidad esperada pero es necesario tener conocimiento en cálculos econométricos y contar con el software especializado, por lo que se usará el método del promedio de las rentabilidades históricas.

1.3.3 Diversificación

Al hablar de diversificación se había mencionado que se trata de disminuir el riesgo total de una inversión al colocar los fondos en diferentes valores, pero el efecto de la diversificación no se mide con el promedio de los riesgos de los valores, porque como ya se dijo, no todos los títulos reaccionan de la misma forma frente a las fuentes de riesgo no sistemáticos y no todos son afectados por el mismo tipo de riesgo, para esto es necesario saber que se debe primero establecer la correlación que guardan los valores entre sí, así cuando un título sube de precio debido a algún suceso en la empresa, otro podría bajar por la misma causa.

⁵ JOHNSON, Christian; "Métodos para Evaluación del Riesgo para Portafolios de Inversión"; Documentos de Trabajo del Banco Central de Chile; 2000; <http://www.bcentral.cl/Estudios/DTBC/doctrab.htm>

De esta manera, si se invierte en títulos que tienen diferentes tipos de riesgo, el riesgo no sistemático total de la inversión tenderá a desaparecer. El riesgo sistemático no desaparecerá ya que es el riesgo de mercado al que todos los valores están expuestos.

La diversificación también puede ser internacional, es decir realizar inversiones en valores en el extranjero como Estados Unidos, que es un importante mercado, pues ahí se encuentra la Bolsa de Valores más importante como es la NYSE (New York Stock Exchange), en Europa o Japón, siendo este último el más importante del mercado asiático.

Para inversionistas de diversos países, las oportunidades externas son mucho mejores que las que tienen en casa. Los valores encontrados internacionalmente son muchos más que los que se tienen internamente, por esta razón se debe analizar la importancia de la diversificación internacional de una cartera o portafolio, y al mismo tiempo es esencial conocer que el cálculo de la rentabilidad de un valor extranjero no es igual al de los valores que tienen la misma moneda nacional, pues se debe tomar en cuenta la tasa de cambio al inicio del período de inversión y la tasa final. Esto determinará la rentabilidad real para el inversionista extranjero, la que podemos obtener con la siguiente fórmula:⁶

$$(1 + R_H) = \frac{P_1}{P_0} \quad \text{Donde } R_H = \text{rentabilidad en moneda nacional}$$

$$(1 + R_X) = \frac{t_1}{t_0} \quad \text{Donde } R_X = \text{rentabilidad dada por la tasa de cambio final con relación a la inicial}$$

$$(1 + R_{US}) = (1 + R_X)(1 + R_H) \rightarrow R_{US} = R_X + R_H + R_X R_H$$

⁶ ELTON, Edwin; GRUBER, Martin; “*Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*”; Edit. John Wiley & Sons, Inc.; New York; 1992; p. 251

Donde R_{US} = rentabilidad para el inversionista extranjero

Ejemplo:

Si el inversionista compra una acción en 45 € y al final del período de tenencia esta sube a 50 €, pero la tasa de cambio inicial era de \$1,22/ € y la tasa final es de \$1,20/ €, la rentabilidad será:

$$R_H = (50/45) - 1 = 11,11\%$$

$$R_X = (1,20/1,22) - 1 = - 1,6393\%$$

$$R_{US} = 0,1111 - 0,016393 + (0,1111 \times -0,016393) = 9,2886\%$$

De igual manera el riesgo de estos valores no viene dado únicamente por el riesgo normal que tienen en su país de origen sino que también se le debe añadir el riesgo que se da por las fluctuaciones en la tasa de cambio. Si se sabe que el riesgo está medido por la desviación estándar tenemos la siguiente fórmula, asumiendo que no existe correlación entre las 2 desviaciones estándar:⁷

$$\sigma_{US}^2 = \sigma_X^2 + \sigma_H^2$$

Donde σ_{US} = la desviación o riesgo total de la inversión para el inversionista extranjero.

σ_X = desviación estándar o riesgo dado por las fluctuaciones de la tasa de cambio

σ_H = desviación estándar o riesgo dado por el título valor dado en moneda nacional.

En la fórmula anterior se asumía que la correlación entre las 2 desviaciones estándar era cero dado que varios estudios han mostrado que en realidad la relación entre estos 2 riesgos es muy baja o casi nulo, de igual forma la correlación que se encuentra entre los mercados extranjeros tampoco es muy alta, lo que hace favorable la diversificación internacional. En la tabla 1.1 se encuentra

⁷ ELTON, E.; GRUBER, M.; *Op.Cit*; p.251

las correlaciones existentes entre los diferentes mercados internacionales durante el período de 1980-1988 que corroboran lo mencionado anteriormente. En la actualidad los índices de los países que conforman la Unión Europea serán más altos debido a la unificación de la moneda al Euro.

En las siguientes tablas, se verá que una diversificación internacional puede traer mayor rentabilidad en las inversiones sin que el riesgo aumente demasiado, y justifique el aumento del rendimiento.

TABLA 1.1

CORRELACIONES ENTRE ÍNDICES DE ACCIONES MEDIDOS EN DÓLARES ESTADOUNIDENSES																
	Australia	Austria	Bélgica	Canadá	Dinamarca	Francia	Alemania	Hong Kong	Italia	Japón	México	Holanda	Noruega	Suecia	Suiza	Reino Unido
Australia																
Austria	0,135															
Bélgica	0,351	0,469														
Canadá	0,632	0,208	0,372													
Dinamarca	0,280	0,180	0,422	0,357												
Francia	0,357	0,492	0,670	0,417	0,374											
Alemania	0,321	0,568	0,605	0,338	0,376	0,587										
Hong Kong	0,460	0,185	0,263	0,359	0,206	0,222	0,307									
Italia	0,246	0,221	0,391	0,309	0,306	0,475	0,301	0,331								
Japón	0,291	0,157	0,449	0,278	0,336	0,455	0,345	0,173	0,402							
México	0,302	0,050	0,150	0,099	- 0,088	0,082	0,157	0,227	0,072	0,062						
Holanda	0,412	0,380	0,605	0,602	0,447	0,586	0,656	0,467	0,359	0,379	0,214					
Noruega	0,521	0,280	0,592	0,506	0,406	0,572	0,495	0,405	0,213	0,283	0,247	0,646				
Suecia	0,388	0,261	0,369	0,383	0,228	0,374	0,387	0,354	0,358	0,258	0,217	0,424	0,467			
Suiza	0,452	0,556	0,666	0,516	0,466	0,629	0,794	0,361	0,308	0,375	0,114	0,705	0,614	0,504		
Reino Unido	0,550	0,274	0,544	0,647	0,362	0,533	0,440	0,475	0,375	0,349	0,198	0,667	0,560	0,457	0,556	
Estados Unidos	0,476	0,171	0,410	0,726	0,369	0,458	0,399	0,318	0,240	0,247	0,147	0,638	0,537	0,398	0,542	0,564

Tabla 1. Coeficientes calculados utilizando rentabilidades mensuales en el período de 1980-1988

Elaborado por: Morgan Stanley Capital International

TABLA 1.2

Rentabilidad para un inversor Estadounidense entre 1980-1988 (%)			
Acciones	Propio País	Efecto de la tasa de cambio	Renta para inversor Estadounidense
Australia	20,97	- 4,69	16,37
Austria	10,80	2,02	12,82
Bélgica	23,93	- 0,98	22,95
Canadá	12,46	- 0,77	11,69
Dinamarca	17,91	- 1,47	16,44
Fancia	19,39	- 2,83	16,56
Alemania	12,56	3,03	15,59
Hong Kong	24,86	- 4,69	20,17
Italia	30,98	- 4,73	26,25
Japón	20,66	9,62	30,28
México	63,81	- 50,35	13,64
Holanda	19,92	0,94	20,86
Noruega	13,12	- 2,42	10,70
Suecia	31,43	- 4,31	27,12
Suiza	9,36	3,37	12,73
Reino Unido	23,57	- 1,70	21,87
Estados Unidos	16,12		16,12
Promedio	21,87	- 3,75	18,36

Fuente: Morgan Stanley Capital Internacional

La rentabilidad para alguien que hubiese invertido únicamente en Estados Unidos, su rendimiento sería de 16,12%, mientras que hay valores que ofrecen ganancias mucho mayores, y en promedio incluso superaron a las acciones estadounidenses. Por otra parte, en la siguiente tabla se muestra el riesgo de las inversiones en países extranjeros, donde el promedio es también mayor que el estadounidense pero no en demasía.

TABLA 1.3

Riesgo para un inversor Estadounidense entre 1980-1988 (%)			
Acciones	Propio País	Efecto de la tasa de cambio	Renta para inversor Estadounidense
Australia	27,19	10,85	31,41
Austria	19,65	12,58	23,05
Bélgica	20,18	13,45	24,17
Canadá	21,02	4,71	23,46
Dinamarca	19,35	12,29	20,89
Fancia	21,61	12,37	25,27
Alemania	19,77	12,76	22,99
Hong Kong	36,70	6,52	39,25
Italia	29,46	11,60	29,45
Japón	17,47	13,02	22,84
México	48,07	35,53	60,30
Holanda	20,37	12,51	21,26
Noruega	28,43	10,27	30,39
Suecia	24,19	10,49	24,68
Suiza	16,39	13,94	20,31
Reino Unido	20,47	12,18	23,55
Estados Unidos	17,30		17,30
Promedio	23,98	12,82	27,09

Fuente: Morgan Stanley Capital International

1.4 Coeficiente Beta, Desviación Estándar y Covarianza

Luego de haber repasado los conceptos de riesgo, es necesario estudiar los métodos que se utilizan para medir dicho riesgo o volatilidades que tienen los títulos valores, entre los cuales tenemos el Coeficiente Beta, la Desviación Estándar y la Covarianza que determinará también la Correlación de los valores.

1.4.1 Coeficiente Beta

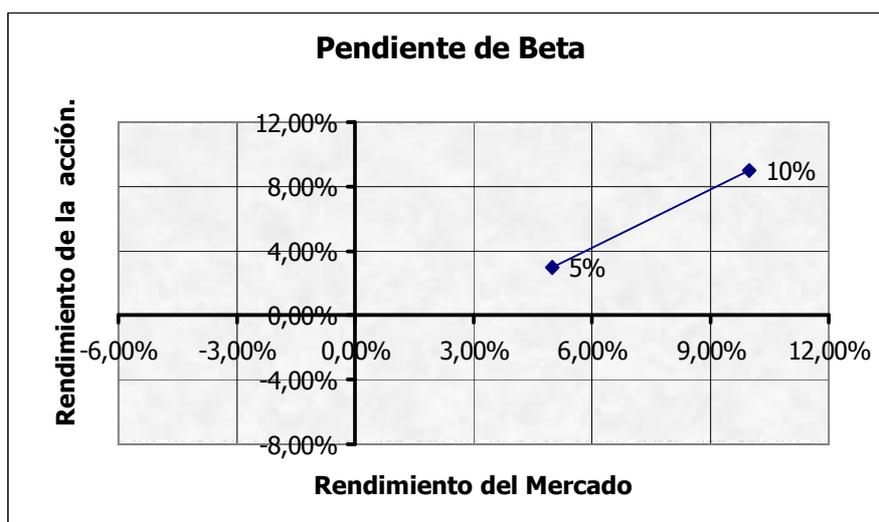
Beta, como ya se mencionó anteriormente, mide el riesgo sistemático o no diversificable de un valor a través de la sensibilidad de las fluctuaciones que tendrían dichos valores con relación al índice del mercado en su conjunto. Para

este efecto la beta del mercado es 1, si una acción varió en 8% cuando el mercado varió en 10%, la beta de la acción será de 0,8, lo que quiere decir que es 0,8 veces lo volátil que es el mercado (20% menos que el mercado). El entender cuales son los factores de riesgo que afectan a la empresa y la relación que éstos tienen con el mercado ayudaría mucho a predecir las Betas siguientes de la acción.

El Coeficiente Beta se puede graficar haciendo una relación con los rendimientos del mercado a lo largo de un período y así verificar la pendiente, la que indicará la relación con el índice de mercado, así:

Rendimiento del Mercado	Rendimiento de la acción
5%	3%
10%	9%

$$\text{Pendiente} = \frac{9 - 3}{10 - 5} = 1,2 \quad \leftarrow \text{Beta}$$



En la realidad no se tienen únicamente 2 datos, sino una gran cantidad de valores, para lo cual se requiere hacer una regresión de los datos y lograr una ecuación lineal que nos dé la pendiente que representará el coeficiente beta de la acción.

1.4.2 Desviación Estándar

El riesgo de un sólo título también es representado por la desviación estándar (σ), que mide la variabilidad o volatilidad de los rendimientos históricos respecto del promedio o del valor proyectado. Para explicar mejor el cálculo de esta desviación estándar también conocida como típica, se usará el siguiente ejemplo:

Si una compañía ha tenido distintos rendimientos en los pasados 5 años, y usa el promedio como referencia de la rentabilidad esperada, se calculará el riesgo que implica esta predicción.

Rendimientos históricos
12,50%
11,50%
13,00%
13,50%
11,00%
<hr style="width: 20%; margin: 0 auto;"/>
12,30% Promedio

Con la rentabilidad esperada, se calculará las desviaciones con respecto de ella que han tenido cada uno de los años, luego sacaremos el cuadrado de las desviaciones para eliminar los valores negativos, luego se sumarán todas las desviaciones y se dividirá para el número de datos, para luego sacar la raíz

cuadrada y así eliminar el efecto que tuvo al haber elevado al cuadrado las desviaciones.

Ri - Rp	(Ri - Rp)²	
0,20%	0,000004	
-0,80%	0,000064	
0,70%	0,000049	
1,20%	0,000144	
-1,30%	0,000169	
	<u>0,000430</u>	Σ
	0,000086	VAR
	0,927%	Σ desviación estándar

Se obtuvo una desviación estándar de 0,927% lo que significa que la rentabilidad esperada podría variar más o menos de 12,3% en el porcentaje que nos dio la desviación estándar, es decir puede fluctuar entre 13,227% y 11,373%.

Por otra parte si el pronóstico que se tiene de la rentabilidad esperada está dado en porcentajes de probabilidad, el cálculo es diferente:

Si la misma empresa espera un rendimiento que va entre 11,0% y 13,0% y las probabilidades son:

Rendimientos posibles	Probabilidad	Rendimientos posibles x Probabilidad
11,00%	0,05	0,00550
11,50%	0,15	0,01725
12,00%	0,20	0,02400
12,50%	0,35	0,04375
12,75%	0,20	0,02550
13,00%	0,05	0,00650
	<u>1,00</u>	<u>→ 12,25%</u>
		Rendimiento Promedio Esperado

Al obtener el rendimiento promedio esperado podemos calcular las desviaciones de la siguiente manera:

Diferencias Re - Rp		(Re - Rp) ²	Probabilidad	Valor Ponderado	
11,00% - 12,25%=	-1,25%	0,000156	0,05	0,000008	
11,50% - 12,25%=	-0,75%	0,000056	0,15	0,000008	
12,00% - 12,25%=	-0,25%	0,000006	0,20	0,000001	
12,50% - 12,25%=	0,25%	0,000006	0,35	0,000002	
12,75% - 12,25%=	0,50%	0,000025	0,20	0,000005	
13,00% - 12,25%=	0,75%	0,000056	0,05	0,000003	
			1,00	0,000028	VAR o Σ
				0,524%	σ desviación estándar

La desviación de 0,524% nos indica que el rendimiento podría fluctuar más o menos de 12,25% en el porcentaje señalado, es decir entre 11,726% y 12,774%.

A través de esta tesis será la desviación estándar la medida de riesgo a utilizarse, ya que es más fácil de comprender y será útil para cálculos posteriores.

1.4.3 Covarianza y Correlación

La Covarianza y Correlación nos indican el grado de relación que las rentabilidades de los valores tienen entre sí, éstas son medidas estadísticas que determinan la interacción entre de 2 valores. La correlación puede ser positiva, negativa o nula, medida que podemos calcular por medio de la covarianza.

- Correlación Positiva que indica que los 2 valores analizados tienen una interacción directamente relacionada, pues sus rentabilidades se mueven en el mismo sentido. Esta será de máximo 1,00 y mínimo 0,001.
- Correlación Negativa que indica que los 2 valores analizados tienen una interacción inversamente relacionada, ya que sus rentabilidades se mueven en sentidos opuestos. Esta será de máximo -0,001 y mínimo -1,00.

- Correlación Nula quiere decir que las rentabilidades de los 2 valores no guardan relación entre sí, pues no interactúan.

Para calcular la covarianza se utiliza la siguiente fórmula:

$$COV_{A,B} = \frac{\sum(R_A - R_{Ap})(R_B - R_{Bp})}{N}$$

Donde R_A = el rendimiento histórico del título A

R_B = el rendimiento histórico del título B

R_{Ap} = rendimiento promedio esperado del título A

R_{Bp} = rendimiento promedio esperado del título B

N = número de rendimientos considerados para cada título

Para calcular la correlación se utiliza la fórmula siguiente:

$$CORR_{A,B} = \frac{COV_{A,B}}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$$

Donde $COV_{A,B}$ = la covarianza entre el título A y B

σ_A = desviación estándar del título A

σ_B = desviación estándar del título B

Para entender el cálculo de la Covarianza y la Correlación, se usará un ejemplo de 2 valores:

Rendimientos Históricos						
	Valor A	Valor B	Ra - Rap	Rb - Rbp	(Ra - Rap)²	(Rb - Rbp)²
	13,00%	15,00%	- 0,0220	0,0120	0,000484	0,000144
	14,00%	14,00%	- 0,0120	0,0020	0,000144	0,000004
	16,00%	15,00%	0,0080	0,0120	0,000064	0,000144
	17,00%	13,00%	0,0180	- 0,0080	0,000324	0,000064
	16,00%	12,00%	0,0080	- 0,0180	0,000064	0,000324
Promedio	15,20%	13,80%			Σ 0,001080	0,000680
					N 5	5
					σ 1,470%	1,166%

(Ra - Rap)(Rb - Rbp)			
- 0,0003		σa	1,470%
- 0,0000		σb	1,166%
0,0001		σa.σb	0,01714%
- 0,0001			
- 0,0001			
<hr/>			
- 0,0005	Σ	CORR a,b =	- 0,560
5	N		
- 0,000096	= COV a,b		

Con el ejemplo se puede establecer que existe una correlación negativa entre los 2 títulos valores, ya que sus rendimientos interactúan en forma inversa.

1.5 Proceso de Inversión

Para hablar de inversiones es necesario conocer que existe un proceso relacionado a la inversión que implica el tomar las decisiones de cuales son los valores en los que se colocarán los fondos y en que proporción se debe hacer. Para esto es necesario establecer primero una política de inversión que determine los objetivos del inversionista dependiendo si éste tiene aversión al riesgo o si lo que busca es maximizar sus utilidades, luego se deben escoger los valores que se pueden incluir en la cartera, dependiendo de las características buscadas que concuerden con los objetivos del inversionista (monto a invertir, posición del mismo frente al riesgo).

Establecida la política de inversión, es necesario analizar los valores que tenemos disponibles, midiendo su rentabilidad y riesgo para poder 'predecir' las futuras fluctuaciones. Para realizar este análisis tenemos 2 formas:⁸

- Análisis Técnico que consiste en identificar las tendencias de los precios y rentabilidades históricas, esto se basa en la creencia de que los patrones de conducta tienden a repetirse.

⁸ ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.12

- Análisis Fundamental tiene la creencia de que el valor intrínseco es el valor actual de los flujos de caja generado por el título valor, que se espera recibir en el futuro, por lo que consiste en pronosticar estos flujos de caja y luego actualizarlos a una tasa de descuento requerida por el inversionista.

Como ya se había establecido, el pronóstico de las rentabilidades para la facilidad didáctica y de cálculo en esta tesis se hará con datos históricos.

Luego de que se completó el análisis de los valores, se procede a la construcción de la cartera, identificando específicamente en que vamos a invertir, para asignar el monto de la inversión y decidir por cuánto tiempo se mantendrá. El inversionista deberá tener en cuenta el concepto de diversificación para minimizar el riesgo.

Como siguiente paso, después de la construcción de la cartera, es necesario realizar una revisión de lo llevado a cabo hasta el momento, pues puede haberse dado cambios de opinión de los inversionistas, así como el precio de los valores que pueden haberse convertido en atractivos u otros dejar de serlo. Concluida la revisión se hará la inversión como se había dispuesto.

Al haber realizado lo necesario para completar el proceso de inversión, no se debe dejar de lado la revisión pos-inversión que determinará si los resultados son los buscados, y de no serlo tomar las medidas correctivas necesarias. Para este efecto se debe contar con el modelo de una cartera para comparar.

CAPÍTULO 2

MERCADOS

CAPÍTULO 2 MERCADOS

2.1 Mercado Monetario

Para realizar inversiones, se cuenta en el medio con diferentes valores en los que se puede invertir para obtener ganancias, uno de esos es el Mercado Monetario donde encontramos títulos con vencimiento a corto plazo, es decir menores a un año, que generalmente son operaciones del mercado interbancario como:

- Certificados de depósito
- Certificados Financieros
- Avaluos Bancarios
- Certificados de Tesorería
- Pólizas de Acumulación

También podemos encontrar otras operaciones a corto plazo como los Repos o Reporto que se pueden hacer en la Bolsa de Valores, o los T-Bill que son bonos del Estado Americano, considerados muy líquidos y con riesgo mínimo.

Todas estas operaciones pueden resultar atractivas por su liquidez para los inversionistas que buscan conformar un portafolio a no muy largo plazo y deciden cambiar de valores constantemente.

2.2 Mercado Cambiario

Al igual que el mercado monetario, el mercado cambiario es de corto plazo y también es bastante líquido ya que se puede fácilmente cambiar el tipo de moneda que deseamos. Este es un Mercado de Divisas donde se hacen transacciones con volúmenes de dinero muy grandes, en el que existen millones

de compradores y vendedores y existe un alto nivel de información, por lo que es lo que más se acerca a un mercado de competencia perfecta.

En la actualidad estas transacciones se pueden realizar electrónicamente como muchas otras en el mercado financiero, y es un mercado que no descansa, trabaja las 24 horas del día debido a que las transacciones se hacen a través de todo el mundo y no existen horarios.

Como parte de las transacciones realizadas en el Mercado de Divisas podemos encontrar instrumentos que pertenecen al Mercado de Derivados como los Forwards o las Opciones. Los instrumentos derivados proporcionan a los emisores e inversionistas una forma barata de protegerse de algunos riesgos, en este caso sería para protegerse del riesgo cambiario:⁹

- Forwards.- es un contrato en el que las dos partes (emisor e inversionista) acuerdan una transacción de compra o venta de algún activo financiero, en este caso moneda extranjera, a un precio predeterminado y a una fecha futura específica. Una parte acuerda comprar las divisas y la otra venderlas, ambos están obligados a cumplir el contrato y no se paga ninguna cuota adicional.
- Opciones.- este contrato le da al comprador el derecho, pero no la obligación de comprar o vender las divisas a un precio predeterminado a la otra parte, para esto el comprador debe pagar una cuota o prima, conocida como precio de la opción. Cuando la opción garantiza al comprador el derecho comprar las divisas y a la otra parte la obligación de venderlas se llama Opción CALL, y si la opción garantiza el derecho de vender las divisas y a la otra parte la obligación de comprarlas, se llama Opción PUT.

⁹ FABOZZI, F.; MODIGLIANI, F.; FERRY, M.; *Op.Cit.*; p.12

2.3 Mercado de Valores

En este mercado, los títulos principalmente negociados son las acciones y los bonos u obligaciones, que tienen un vencimiento mayor a un año y a su vez están divididos en mercado primario y secundario. El mercado primario se da cuando el valor es comprado directamente al emisor, luego cuando se lo vuelve a vender a un tercero pasa al mercado secundario donde se negocia la mayoría de los valores puesto que son vendidos y comprados varias veces por diferentes personas o instituciones.

Las Bolsas de Valores juegan un papel fundamental en la compra y venta de estos valores ya que allí se llevan a cabo la mayoría de las transacciones. En nuestro país la Bolsa de Valores no ha sido aprovechada en su totalidad y son las Casas de Valores (registradas en la Bolsa desde luego) las que realizan las transacciones. Una de las Bolsas de Valores más grandes y la más representativa de las operaciones de valores es la Bolsa de Nueva York (NYSE).

Si bien los valores más conocidos dentro de una Bolsa de Valores son las acciones y los bonos, también hay otros tipos de valores que se tranzan, los que pueden ser divididos, según sus características de rentabilidad.

2.3.1 Valores de Renta Fija

Son aquellos títulos en los que se conoce la rentabilidad que ofrece, es decir, tiene un pago fijo periódico o no, y el cual se sabe cuando se recibirá. Ejemplos de valores de Renta Fija son:

- Certificados de Depósito
- Pólizas de Acumulación
- Certificados de Tesorería

- Avalu Bancarios
- Pagars Bancarios
- Bonos de Estabilizaci3n Monetaria
- Bonos del Estado
- C3dulas Hipotecarias
- Obligaciones Corporativas

En todos estos valores se sabe claramente cuanto se recibir3 peridicamente (en el caso de los Bonos y Obligaciones), as3 como el monto al vencimiento del valor para el resto de t3tulos. Los valores de Renta Fija no est3n exentos de riesgo, y si bien no presentan la volatilidad de rentabilidad que existe en los valores de Renta Variable, el riesgo que se corre depende del emisor, pues puede haber la posibilidad de que no sean pagados conforme las condiciones dispuestas. Para esto se ha creado Calificadoras de Riesgo que nos dicen que tan confiables son estos valores.

Un ejemplo de calificaciones de riesgo es la que lleva la Bolsa de Valores para los t3tulos negociados en ella. En la Bolsa de Valores de Quito se cuenta con esta calificaci3n donde AAA es la calificaci3n m3s alta que proporciona mayor confiabilidad, y se puede encontrar el cuadro respectivo en el Anexo 1 de Calificaciones de Riesgo a mayo de 2004.

2.3.2 Valores de Renta Variable

Son aquellos t3tulos en los que no se conoce la rentabilidad que se obtendr3 luego del peridodo de tenencia, y en el caso de las acciones, 3stas no tienen vencimiento, no se sabe tampoco el precio de venta del valor o si se recibir3 dividendos mientras la acci3n se encuentra en propiedad el inversionista. Los valores de Renta Variable pueden ser:

- Acciones
- Participaciones de Fondos
- Forwards
- Opciones

En la Bolsa de Valores de Quito se negocian varios de los valores de Renta Fija y Renta Variable antes mencionados, los que se pueden observar en el Anexo 2 de Total Negociado Según Tipo de Papel a mayo de 2004.

La Bolsa de Valores de Nueva York tiene índices que miden como se van desarrollando los valores y sus precios, uno de ellos es el Dow Jones. Éste puede ser el Global 1800 que indica el desarrollo de los 1800 valores principales que negocian alrededor del mundo, o también el DJIA (Dow Jones Average) que está compuesto por las 30 compañías más importantes cotizadas en Bolsa, éstas son:¹⁰

- Alcoa Inc.
- Altria Group, Inc.
- American Express Co.
- American International Group Inc.
- Boeing Co.
- Caterpillar Inc.
- Citigroup Inc.
- Coca-Cola Co.
- DuPont Co.
- Exxon Mobil Corp.
- General Electric Co.
- General Motors Corp.
- Home Depot Inc.
- Honeywell International Inc.

¹⁰ www.dowjones.com/indexes

- Hewlett-Packard Co.
- International Business Machines Corp.
- Intel Corp.
- J.P. Morgan & Co.
- Johnson & Johnson
- McDonald's Corp.
- Merck & Co.
- Microsoft Corp.
- 3M
- Pfizer Inc.
- Procter & Gamble Co.
- SBC Communications
- United Technologies Corp.
- Verizon Communications Inc.
- Wal-Mart Stores Inc.
- Walt Disney Co.

Las variaciones del índice puede observarse en los gráficos que muestra el acumulado de los períodos que se busquen, los mismos que suelen relacionarse a eventos ocurridos mundialmente o en el país. En el Anexo 3 se puede observar como afectaron los acontecimientos que tuvieron lugar en Estados Unidos desde el año 2000, en el índice Dow Jones.

En Estados Unidos también se manejan otros índices como el S&P500, S&P1000 (Standard & Poors de las 500 o 1000 empresas más importantes), y el NASDAQ. Aquí en el país se manejan otros índices, como se puede ver en el siguiente cuadro, el IVQ, IRBQ y el EcuIndex:

Indicadores al Cierre

AL: 5/7/2004

INDICADOR	VARIACION ⁽³⁾	
	Puntos	%
ECUINDEX		
Global:	631.70	2.75
Financiero:	252.88	0.00
Industrial:	887.91	3.92
Servicios:	773.91	0.00
IVQ⁽¹⁾	10.86	-27.30
IRBQ⁽²⁾	9.91	-3.78

(1) IVQ, Índice de Volumen.

(2) IRBQ, Índice de Rendimiento.

(3) Variación con Cierre al día anterior.

Fuente: Bolsa de Valores de Quito, Banco Central del Ecuador

2.3.3 Instituciones que participan

Para negociar los valores de Renta Fija y Renta Variable debe haber instituciones que se dediquen a esto y regulen las transacciones. Como ya se mencionó, la Bolsa de Valores es un mercado de negociación en los que participan los corredores de Bolsa, las Casas de Valores, además de los accionistas, emisores e inversionistas. Generalmente los corredores están presentes en las negociaciones representando a los inversionistas ya que no todos pueden estar presentes y en varias ocasiones necesitan asesoría profesional, facilitando las transacciones. Cabe recalcar que el corredor es un agente del inversionista, y no es él quien toma las decisiones de compra o venta de los títulos valores, pues sólo ejecuta órdenes y recibe una comisión que se conoce como 'costo de transacción'.

Las Casas de Valores son instituciones que proporcionan los corredores para los inversionistas, y las que manejan también los portafolios de inversión para los inversionistas, al igual que lo pueden hacer las Mesas de Dinero de los Bancos. Estas Casas de Valores están registradas en la Bolsa de Valores en la que

participan; en la BVQ (Bolsa de Valores de Quito) están registradas las siguientes casas de valores:¹¹

- Analytica Securities C.A.
- Casa de Valores Apolo S.A. (Valorapolo)
- Cititrading Casa de Valores S.A.
- Cofivalores S.A.
- Combursatil Casa de Valores S.A.
- Ecofsa Casa de Valores S.A.
- Enlace Valores S.A. (Enlaceval)
- Fiduvalor Casa de Valores S.A.
- Ladupont S.A.
- Merchantvalores S.A.
- Moreano Borja Casa de Valores S.A.
- Multivalores BG S.A.
- Pichincha Casa de Valores S.A. (Picaval)
- Produvalores S.A.
- Stanford Group Casa de Valores S.A.
- Stratega Casa de Valores S.A.
- Casa de Valores del Pacífico S.A. (Valpacífico)

2.4 Mercados Eficientes

Dado el hecho de que los inversionistas negocian los valores en el mercado, también se debe conocer y analizar la eficiencia del mercado en el que se están haciendo las transacciones. Primero se debe entender qué es la eficiencia de mercado.

¹¹ www.ccbvq.com

Eficiencia de mercado significa que los recursos deben colocarse en el lugar donde funcionarán mejor. Para que un mercado de asignación sea eficiente necesita serlo interna y externamente:¹²

- Mercado eficiente externamente.- la información se difunde rápida y ampliamente, causando que el precio se ajuste rápida y objetivamente a la nueva información para que refleje el valor de la inversión.
- Mercado eficiente internamente.- los corredores y operadores compiten en forma justa, reduciendo así el costo de las negociaciones y elevando la velocidad de las mismas.

Las fluctuaciones que tienen los precios de los títulos valores en el mercado se deben a algunas causas, entre ellas a la reacción frente a los sucesos que tiene la economía, es decir a la información que llega a los inversionistas, corredores u operadores, etc. Esta información es un elemento sorpresa, lo que significa que no se sabe si será buena o mala, y los cambios en los precios son las consecuencias de la reevaluación de los valores por parte de los inversionistas, y del ajuste que se realiza luego de esta reevaluación.

En un mercado eficiente el precio de un título valor es el indicador de lo que vale, pues es el valor presente de los futuros flujos que estimaron los analistas e inversionistas bien informados y capaces. Los analistas tratarán de percibir las diferencias entre precio y valor de la inversión para aprovecharse de ello.

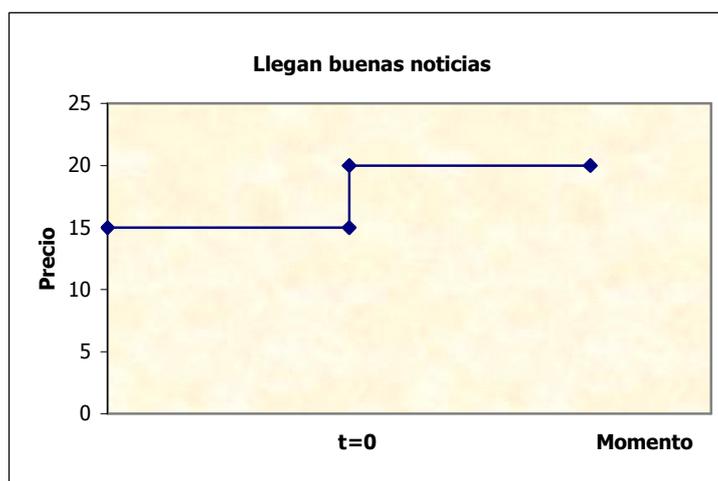
Características de los mercados perfectamente eficientes

- Los inversionistas deben esperar una rentabilidad justa de su inversión y no más
- Los mercados serán eficientes sólo si muchos inversionistas creen que no lo son. Si todos creyesen que los mercados son eficientes no

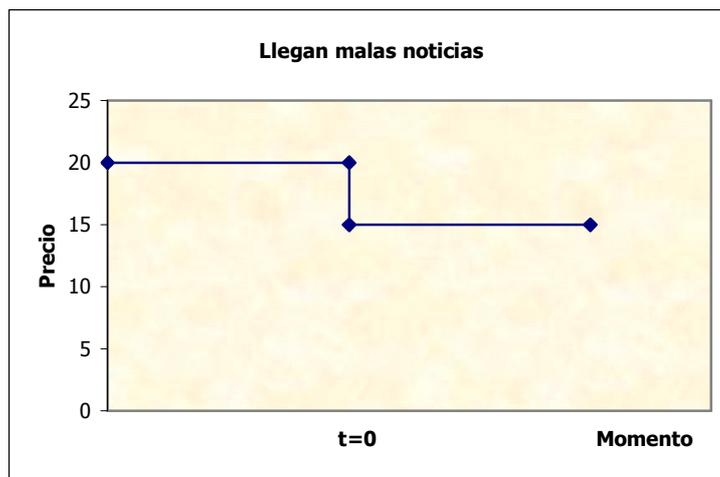
¹² ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*;p.72

buscarían diferencias entre precio y valor, y los precios no reaccionarían rápidamente frente a la nueva información.

- No se puede esperar que las estrategias ya conocidas públicamente vuelvan a generar rentabilidades más altas. Todos los que conocen la estrategia tratarán de usarla y esto eliminará su efectividad.
- Algunos inversionistas mostrarán desempeños impresionantes. En un mercado eficiente esto sucede por casualidad.
- Los inversionistas profesionales no deben obtener mejores precios que los inversionistas comunes.
- El desempeño pasado no es un indicador del desempeño futuro.

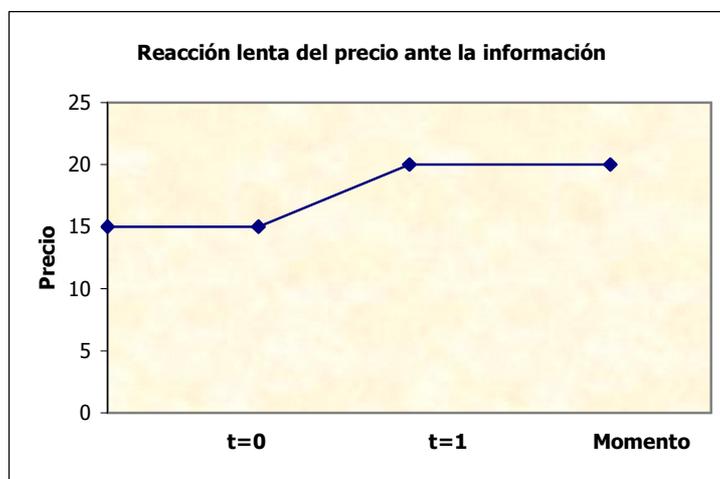


Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.80

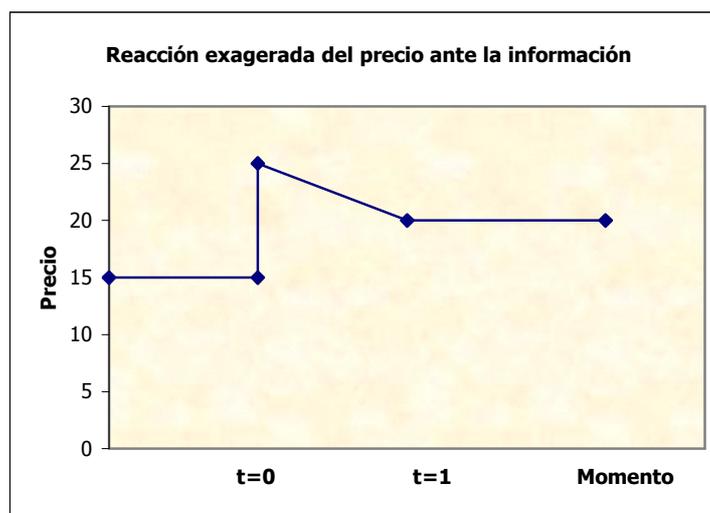


Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.80

Si el mercado es ineficiente no actuará con tanta rapidez frente a la nueva información, o actuará erróneamente, como se puede observar en los gráficos siguientes:



Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.80



Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.80

Es lógico suponer que no todos los mercados son perfectamente eficientes ya que las condiciones de un mercado así, no son las que imperan en la realidad, y es por esto que se distinguen distintos niveles de eficiencia.

2.4.1 Criterio de Eficiencia Débil

Un mercado con criterio débil de eficiencia se da cuando los precios actuales reflejan toda la información de los precios pasados. No se podrán obtener ganancias anormales basándose en información pasada ya que las fluctuaciones no se volverán a repetir en la misma manera, por ejemplo si una acción tuviese un patrón regular de subir y bajar de precio cada 6 meses respectivamente, cuando el precio está bajo los inversionistas tratarán de comprar para esperar la subida y luego se intentará venderla antes de que empiece a bajar, por la presión de venderla, cuando supuestamente estaba alto el precio comenzará a bajar y cuando estaba bajo al haber alta demanda el precio subirá y así el ciclo regular que se mantenía se destruiría. Sólo se podrían obtener ganancias comprando acciones que han subido recientemente de precio o acciones cuyo precio ha caído por un período largo.

2.4.2 Criterio de Eficiencia Semifuerte

Un mercado de criterio semifuerte de eficiencia se da cuando los precios de mercado reflejan toda la información públicamente disponible, es decir que nadie se podrá beneficiar de los análisis de la información y su efecto en las fluctuaciones, pues todos poseen los mismos datos y no se podrá hacer uso de ellos para obtener ganancias más altas que las del mercado. Sólo un inversionista o analista especialmente perspicaz que tenga un modelo propio de análisis que no haya sido divulgado al resto podrá producir información propia que nadie más posee y pudiese obtener ganancias anormales.

2.4.3 Criterio de Eficiencia Fuerte

Un mercado de criterio fuerte se cumple cuando los precios reflejan toda la información disponible pública y privada, entendiéndose que ningún analista o inversionista podrá aprovecharse de la información ya que incluso cuando la información es privilegiada, como los aumentos de dividendos, o fusiones, será dada a conocer al público. Sólo si se hace uso de esta información antes de que se la dé al público podría beneficiarse ya que se trata de datos de difícil acceso para el público, y es como fabricar propia información, de todas maneras los precios se ajustan rápidamente a la demanda y oferta de los valores aunque se basen en información privilegiada, esto hace que los que poseen esta información no podrá tener una ventaja sostenida.

CAPÍTULO 3
EL MODELO DE MARKOWITZ

CAPÍTULO 3 EL MODELO DE MARKOWITZ

3.1 Teoría de Carteras

La teoría de la Cartera o Portafolio es una innovación dentro de las finanzas y fue introducida por Harry Markowitz en su artículo publicado en la revista *Journal of Finance* en marzo de 1952, documento que es considerado como el inicio de la teoría moderna del portafolio de inversión.

Dado el hecho de que casi todos los valores en los que se pueden invertir son riesgosos ya que su rentabilidad es incierta, el método de Markowitz propone una selección de una cartera que nos de el rendimiento máximo a un nivel de riesgo aceptado, o el riesgo mínimo a un nivel de rendimiento requerido. Este método tiene varias suposiciones:¹³

- Un inversionista posee una suma determinada de dinero para invertir en el presente
- Este dinero se reinvertirá durante un lapso conocido como período de tenencia
- AL final de este período el inversionista venderá los valores y usará sus beneficios o los reinvertirá durante otro período
- Este método puede volver a aplicarse sobre los beneficios que se van a reinvertir
- El método es sólo para un período donde el principio del período se expresa como $t = 0$ y el final como $t = 1$
- En $t = 1$, el inversionista debe decidir qué valores comprar y conservar hasta $t = 2$, y así sucesivamente.

¹³ ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.119

Para tomar una decisión el inversionista debe saber que no se puede predecir con certeza la rentabilidad de los valores, por lo tanto los rendimientos que se utilizarán en la selección del portafolio óptimo son rendimientos esperados. El inversionista puede diversificar su portafolio comprando más de un valor. De esta manera habrá que determinar el rendimiento total de la cartera, así como el riesgo total del portafolio.

3.2 Rendimiento y riesgo del Portafolio

El modelo de Markowitz afirma que la selección de la cartera se debe basar en rendimientos esperados y desviaciones estándar (medidas de riesgo). Cuando se calcula el rendimiento de un solo valor, se divide la diferencia entre la riqueza final y la riqueza inicial para la riqueza inicial, de esta manera:

$$R_p = \frac{C_1 - C_0}{C_0}$$

Donde R_p = Rendimiento del portafolio

C_1 = Riqueza final

C_0 = Riqueza inicial

Si se habla de una cartera compuesta por varios valores, el cálculo no será tan simple, ya que además de incluirse una cantidad mayor de valores se debe tomar en cuenta de que no se conoce la riqueza final, y que esta es un dato esperado y no certero. El inversionista debe enfocarse en el nivel de riesgo y rendimiento esperado que tiene cada cartera para tomar una decisión.

Como ya se mencionó, una cartera es un conjunto de valores, por lo que el rendimiento esperado de la cartera dependerá del rendimiento esperado de cada valor que conforme dicho portafolio, y así mismo el riesgo de la cartera dependerá de la desviación estándar de cada valor.

3.2.1 Rendimiento de la cartera

Para calcular el rendimiento esperado del portafolio necesitamos los rendimientos esperados de cada valor que lo conformará, y también las proporciones que ocuparán en el portafolio ya que el rendimiento total de la cartera será el promedio ponderado de los valores, así, si se tiene una cartera o portafolio conformado por 3 valores donde la suma de los todos los valores tiene que ser el 100%, y la fórmula será:

$$R_p = R_1.W_1 + R_2.W_2 + R_3.W_3 \quad ; \quad W_1 + W_2 + W_3 = 100\%$$

Donde R_p = Rendimiento esperado del portafolio

R_1 = Rendimiento esperado del valor 1

W_1 = Proporción del valor 1

R_2 = Rendimiento esperado del valor 2

W_2 = Proporción del valor 2

R_3 = Rendimiento esperado del valor 3

W_3 = Proporción del valor 3

Se puede explicar con un ejemplo:

Si un portafolio conformado por 3 valores, A, B y C que tienen un rendimiento esperado de 12%, 13,5%, 16% respectivamente, y el inversionista colocó el 25% de su riqueza inicial en el valor A, el 40% en el valor B y el 35% en el valor C, el rendimiento esperado del portafolio será:

$$R_p = (12\% \times 0,25) + (13,5\% \times 0,40) + (16\% \times 0,35)$$

$$R_p = 14,00\%$$

Generalizando la fórmula para n valores, ésta será:

$$R_p = R_1.W_1 + R_2.W_2 + \dots + R_n.W_n \quad \rightarrow \quad R_p = \sum_{i=1}^n (W_i \times R_i)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = 100\%$$

3.2.2 Riesgo de la cartera

La medida utilizada en el método de Harry Markowitz, como ya se había anotado, es la desviación estándar, ya que es una forma de tomar en cuenta los posibles resultados malos y las diferencias que puede tener la rentabilidad esperada de la rentabilidad real. La desviación estándar es una buena medida de riesgo, pues una lista de carteras ordenadas por factores de riesgo no será muy diferente de una ordenada con base en la desviación estándar ya que los rendimientos generalmente tienen una distribución normal.¹⁴

Lamentablemente el cálculo de la desviación estándar del portafolio no es tan simple como hacer un promedio ponderado de las desviaciones de los valores, sino que también toma en cuenta la forma en que dichos valores covarían entre sí o se relacionan, ya que¹⁵ una covarianza positiva aumenta la varianza de la cartera y en consecuencia su desviación estándar, así como una covarianza negativa la disminuye. Una covarianza o correlación negativa indica que los valores se mueven en sentido contrario, es decir si el uno sube el otro baja, una covarianza positiva indica que los valores se mueven en el mismo sentido y una covarianza o una correlación nula o de cero indica que los valores no se relacionan entre sí. El concepto de covarianza y correlación ya fue revisado en el capítulo 1. Entonces para una cartera de dos títulos la fórmula es:

¹⁴ ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.146

¹⁵ BACHILLER CACHO, A.; “*Bolsa y Gestión de Carteras*”; Sección El Modelo de Markowitz; 2001; www.5campus.org/bolsa

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot VAR_A + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot COV_{A,B} + W_B^2 \cdot VAR_B}$$

Donde σ_p = desviación del portafolio

W_A = ponderación del valor A dentro del portafolio

VAR_A = varianza del valor A

COV_A = covarianza del valor A con el Valor B

W_B = ponderación del valor B dentro del portafolio

VAR_B = varianza del valor B

Explicado con un ejemplo:

Si un portafolio conformado por los valores A y B, con los siguientes rendimientos históricos y desviaciones estándar, está compuesto en 45% por el valor A y 55% por el valor B, el riesgo total del portafolio será:

Rendimientos Históricos				
	Valor A	Valor B	Ra - Rap	Rb - Rbp
	13,00%	15,00%	- 0,0220	0,0120
	14,00%	14,00%	- 0,0120	0,0020
	16,00%	15,00%	0,0080	0,0120
	17,00%	13,00%	0,0180	- 0,0080
	16,00%	12,00%	0,0080	- 0,0180
Rendimiento esperado	15,20%	13,80%		

	(Ra - Rap)²	(Rb - Rbp)²	(Ra-Rap) . (Rb-Rbp)	
	0,000484	0,000144	- 0,0003	
	0,000144	0,000004	- 0,0000	
	0,000064	0,000144	0,0001	
	0,000324	0,000064	- 0,0001	
	0,000064	0,000324	- 0,0001	
Σ	0,001080	0,000680	- 0,0005	Σ
N	5	5	5	N
σ	1,470%	1,166%	- 0,000096	COV a,b

$$\sigma_p = [(0,45^2 \times 1,470\%^2) + (2 \times 0,45 \times 0,55 \times - 0,000096) + (0,55^2 \times 1,166\%^2)]^{1/2} = 0,6119\%$$

Con el ejemplo se puede observar claramente que una covarianza negativa hizo que el riesgo del portafolio sea menor que cualquiera de los valores por separado.

Generalizando la fórmula para **n** valores tenemos:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i \cdot W_j \cdot COV_{i,j}}$$

Una vez que se conoce el uso de la covarianza y la correlación, es importante entender el cálculo de la doble sumatoria de la fórmula anterior. Ésta se utiliza para que se sumen todos los valores entre sí. Así con un ejemplo de un portafolio de 3 valores veremos la derivación de la fórmula del riesgo de la cartera medido por las desviaciones estándar de los valores que la conforman:

SUMA INTERNA	SUMA EXTERNA	EXPRESIÓN LITERAL DEL TÉRMINO	EXPRESIÓN EQUIVALENTE DEL TÉRMINO
A	A	Wa.Wa.COVa,a	(Wa ²).VARa
A	B	Wa.Wb.COVa,b	Wa.Wb.COVa,b
A	C	Wa.Wc.COVa,c	Wa.Wc.COVa,c
B	A	Wb.Wa.COVb,a	Wb.Wa.COVb,a
B	B	Wb.Wb.COVb,b	(Wb ²).VARb
B	C	Wb.Wc.COVb,c	Wb.Wc.COVb,c
C	A	Wc.Wa.COVc,a	Wc.Wa.COVc,a
C	B	Wc.Wb.COVc,b	Wc.Wb.COVc,b
C	C	Wc.Wc.COVc,c	(Wc ²).VARc

La fórmula consta de 9 términos, los cuales se pueden simplificar, como es el caso de las covarianzas del mismo título valor, que es igual a la varianza del valor:

$$COV_{A,B} = CORR_{A,B} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B \rightarrow COV_{A,A} = CORR_{A,A} \cdot \sigma_A^2$$

$$COV_{A,A} = 1 \cdot \sigma_A^2 \rightarrow COV_{A,A} = VAR_A$$

Si se observa la fórmula cuando el portafolio está conformado por 2 valores, se puede ver que ésta consta de 4 términos, lo que nos indica que en general la fórmula constará de un número de términos que es el cuadrado del número de valores que conforma el portafolio.

Para el portafolio de 3 títulos la fórmula abreviada es:

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot VAR_A + W_B^2 \cdot VAR_B + W_C^2 \cdot VAR_C + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot COV_{A,B} + 2 \cdot W_B \cdot W_C \cdot COV_{B,C} + 2 \cdot W_A \cdot W_C \cdot COV_{A,C}}$$

Para simplificar el cálculo del riesgo de una cartera con **n** títulos donde la fórmula es muy extensa, las matrices son una solución práctica que se puede resolver en una hoja electrónica de cálculo. La matriz principal a utilizar para el cálculo del riesgo es la de Varianzas y Covarianzas, conocida así ya que la línea principal diagonal es la que corresponde a las covarianzas del mismo título, es decir varianzas; luego se multiplicará esta matriz por la de ponderaciones de los valores que conforman el portafolio para obtener el resultado. La fórmula a usar en Excel es¹⁶ =RAIZ(SUMAPRODUCTO(MMULT(*matriz de ponderaciones*, *matriz de varianzas y covarianzas*); *matriz de ponderaciones*)). Podemos ver la solución con el mismo ejemplo utilizado para un portafolio de 2 títulos:

Matriz de Varianzas y Covarianzas		
	Valor A	Valor B
Valor A	0,000216	0,000096
Valor B	0,000096	0,000136

Matriz de Ponderaciones	
	Valor B
Valor A	45,00%
Valor B	55,00%

σ_p= 0,61123%

¹⁶ EPPEN, G.D.; GOULD, F.J.; “*Investigación de Operaciones en la ciencia Administrativa*”; Edit. Prentice Hall; 5ª. Edición; 2000; p. 363

	A	H	I	J	K	L
1						
2						
3			Matriz de Varianzas y Covarianzas			
4						
5			Valor A	Valor B		
6		Valor A	0,000216	- 0,000096		
7		Valor B	- 0,000096	0,000136		
8						
9			Matriz de Ponderaciones			
10						
11			Valor A	Valor B		
12			45,00%	55,00%		
13						
14			=RAIZ(SUMAPRODUCTO(MMULT(I12:J12;I6:J7);I12:J12))			
15						

El resultado es el mismo que al aplicar la fórmula, el riesgo de la cartera es de 0,61123%.

3.3 Insaciabilidad y Aversión al Riesgo

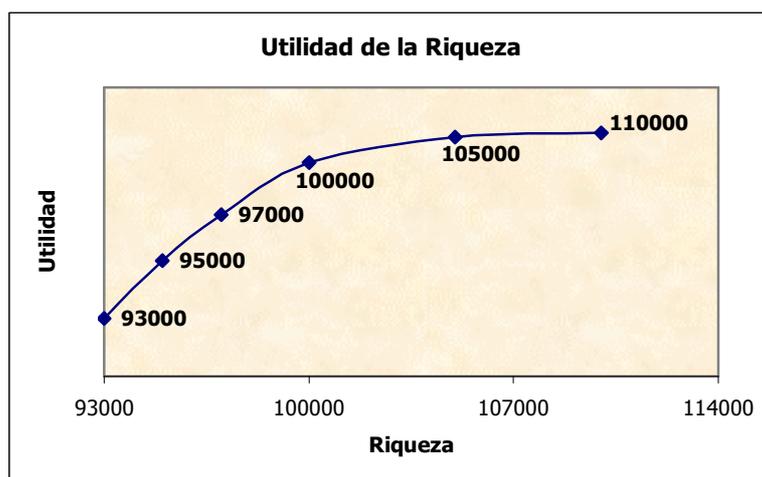
Dentro del modelo de Markowitz para la selección del portafolio óptimo existen 2 suposiciones. La primera es que el inversionista escogerá siempre la cartera que le proporcione la mayor rentabilidad, es decir el mayor nivel de riqueza terminal, por lo tanto entre 2 portafolios que contengan el mismo nivel de riesgo (desviación estándar) se elegirá el que tenga la rentabilidad más alta. La segunda se da cuando se presenta el problema de tener que escoger entre 2 portafolios que tienen diferentes niveles de riesgo y una misma rentabilidad; si se supone que el inversionista es adverso al riesgo escogerá aquel que tenga el menor nivel de riesgo.

Por lo tanto, a la primera suposición se le llama *Insaciabilidad*, indicando que el inversionista es insaciable y siempre busca la mayor rentabilidad. A la segunda suposición se la conoce como *Aversión al Riesgo*, indicando que el inversionista no está dispuesto a arriesgar demasiado su riqueza inicial, dada la

incertidumbre de la riqueza final y busca el portafolio que le ofrezca el menor nivel de riesgo. Establecidas estas suposiciones se puede determinar que un portafolio no puede ser el "mejor" ya que siempre dependerá de la perspectiva del inversionista por lo que pueden haber tantos portafolios óptimos como inversionistas.

3.4 Curvas de indiferencia

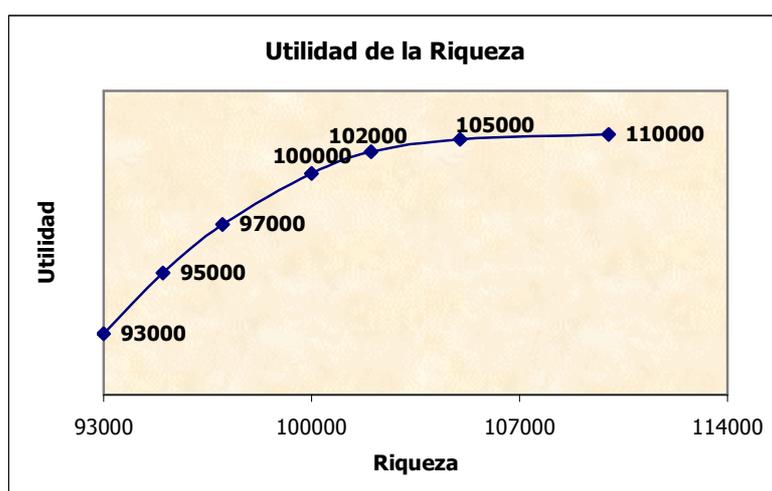
Puesto que cada individuo es diferente y tiene percepciones que difieren del resto, también en lo que se refiere a utilidad, no todos los inversionistas perciben la misma utilidad por la riqueza recibida ya que un inversionista rico puede valorar menos un dólar que un inversionista pobre, de todas maneras cada dólar extra de riqueza que se obtenga es para los dos una función de utilidad marginal decreciente puesto que cada dólar más que reciban significa menos cada vez en proporción al total recibido. La función de la utilidad marginal decreciente tiene pendiente positiva pero no es lineal sino que es cóncava (se arquea hacia abajo).



Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.123

Elaborado por: Cristina Tufiño

Suponiendo que se tiene dos opciones de inversión: la primera nos ofrece con certeza obtener una ganancia de 5%, asumiendo que la riqueza inicial es de \$100.000, la riqueza final será de \$105.000, y otra que nos ofrece un 50% de probabilidad de ganar el 10% y el 50% de probabilidad de no ganar nada, teniendo un rango de riqueza final que va desde \$100.000 hasta \$110.000. Si se traza una línea que represente la inversión en el título riesgoso se tendrá una línea recta que une los 2 puntos de probabilidades; la inversión segura va a estar situada en la línea que representa la utilidad de la riqueza puesto que se conoce con certeza y por lo tanto el inversionista conoce la utilidad que percibirá por esta inversión.



Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.123

Elaborado por: Cristina Tufiño

Se puede observar que a una riqueza final de \$105.000, la utilidad para una inversión certera es más alta que para una inversión riesgosa. Así mismo se puede ver que una inversión riesgosa con una riqueza final de \$105.000 tiene la misma utilidad que una inversión que le pudiese ofrecer una riqueza final certera de \$102.000. A esta diferencia de \$3.000 se la llama prima por riesgo. Para el caso del inversionista que tiene la función de la utilidad de la riqueza que se presenta en el gráfico, una riqueza certera de \$102.000 le proporciona la misma utilidad que

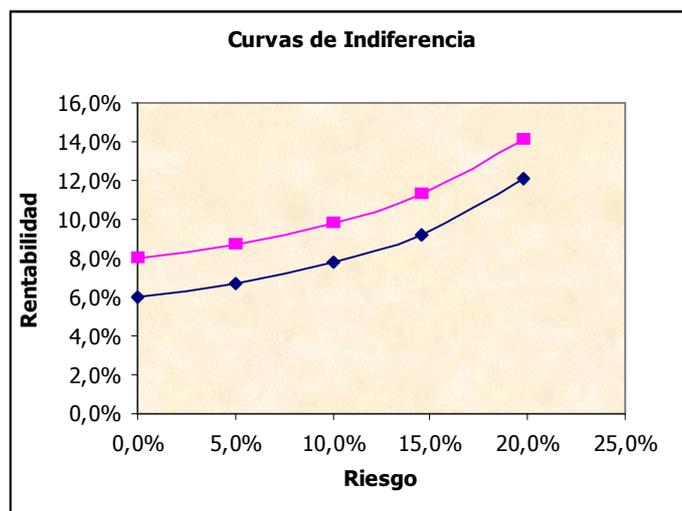
una riqueza incierta de \$105.000, lo que quiere decir que estaría dispuesto a asumir un riesgo por una riqueza mayor.

Para cada inversionista el grado de riesgo que están dispuestos a asumir a cambio de una riqueza o rentabilidad mayor es diferente ya que depende del grado de satisfacción que cada uno obtenga por cada elemento, ya sea certeza o rentabilidad. En el mercado de valores se encuentran varias alternativas para realizar las inversiones entre las que se puede escoger, cada opción seleccionada por el inversionista depende de cuán complacido éste se sienta con su elección.

Debido a que se deja de recibir rentabilidad a cambio de certeza, o viceversa, los puntos de las opciones escogidas van trazando una curva a la que se llama Curva de Indiferencia, y su nombre se debe a que la curva es construida de tal manera que el inversionista está igualmente satisfecho a lo largo de toda la curva.¹⁷ Por consiguiente, una curva de indiferencia representa un conjunto de combinaciones de riesgo y rendimiento esperados que proporcionan una misma utilidad. Usualmente las curvas de indiferencias tienen una pendiente negativa, ya que cuando aumenta la elección de un elemento en el eje X, disminuye lo escogido en el eje Y. Para el caso de portafolios de inversión, no se cuenta con una medida de certeza que se pueda dejar de lado a cambio de rentabilidad, sino con una medida de riesgo, en consecuencia se acepta más riesgo a cambio de rentabilidad, por este motivo las curvas de indiferencias para las carteras tienen una pendiente positiva.

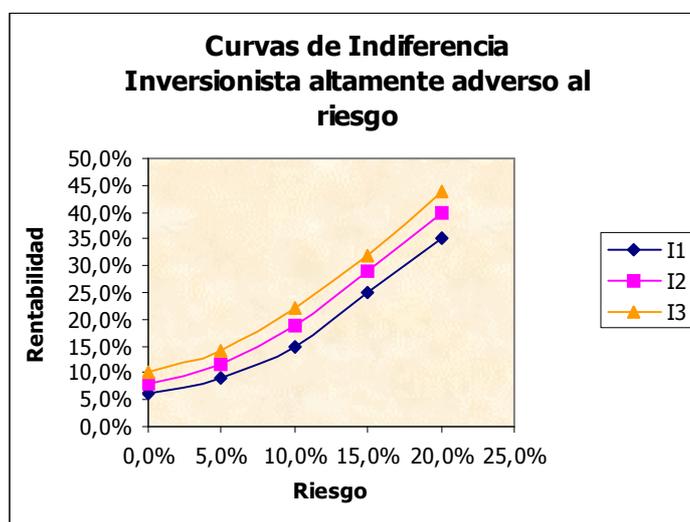
Las curvas de indiferencia no se pueden intersecar debido a que todas las carteras que están en una misma curva proporcionan la misma utilidad, si las curvas se intersecasen, el punto de intersección sería igual al resto de puntos de las 2 curvas, y esto sería imposible puesto que si tienen la misma utilidad deberían estar en una misma curva.

¹⁷ ELTON, E.; GRUBER, M.; *Op.Cit*; p. 5

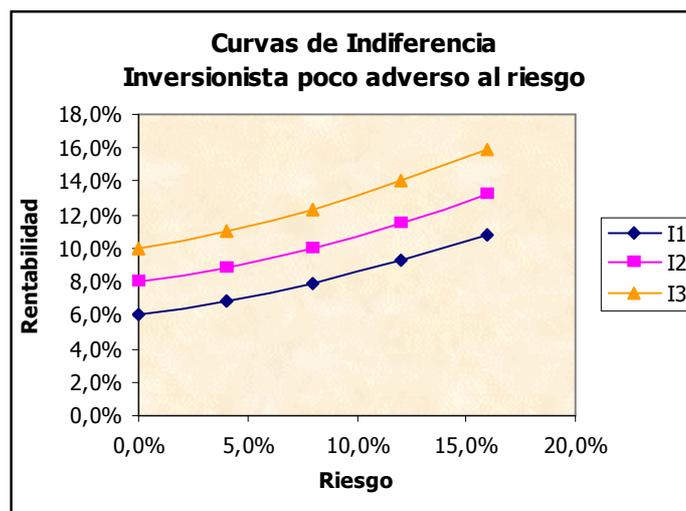


Elaborado por: Cristina Tufiño

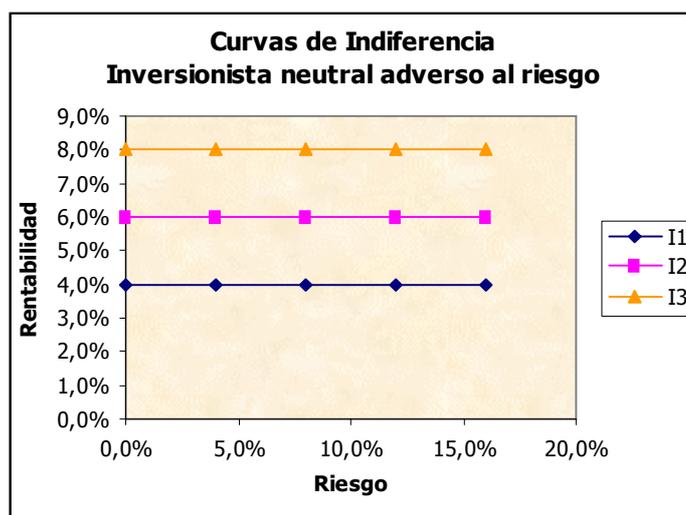
Para un inversionista con aversión al riesgo, la curva de indiferencia que está más al noroeste de todas sus curvas de indiferencia será más atractiva que las demás, pues ésta proporciona mayores rentabilidades al mismo nivel de riesgo, o menores riesgos a un mismo nivel de rentabilidad.



Elaborado por: Cristina Tufiño



Elaborado por: Cristina Tufiño



Elaborado por: Cristina Tufiño

Como se puede observar, la pendiente y convexidad de las curvas de indiferencia dependen del nivel de aversión al riesgo, por lo que cada individuo tiene un mapa diferente de curvas de indiferencia que le permitirán escoger el portafolio óptimo. En la realidad no existen inversionistas neutrales al riesgo.

3.5 Frontera Factible y Frontera Eficiente

Un portafolio contiene diferentes combinaciones de riesgo y rentabilidad dadas por los valores que lo componen, y hay un número amplio de carteras en las que se puede invertir. A todas estas posibles combinaciones se las conoce como *Frontera Factible* ya que todas las carteras que se puedan llevar a cabo, con valores específicos, forman un conjunto. Entre todas éstas el inversionista debe escoger las que cumplan sus requerimientos.

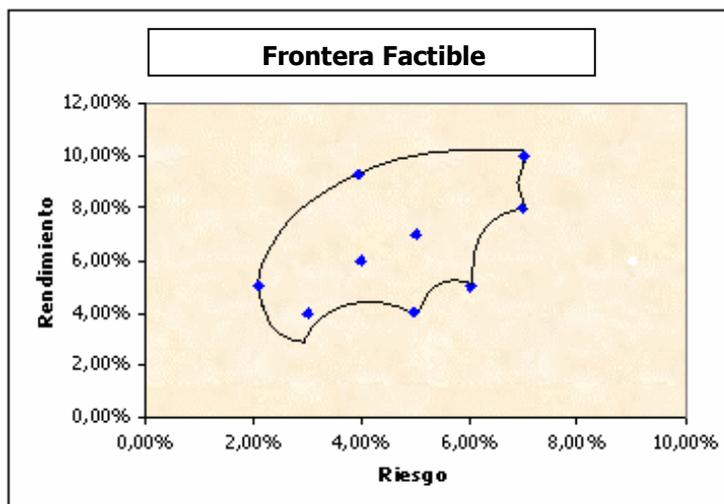
La selección de las carteras se basa sobre dos reglas:

- Los valores con menor riesgo serán preferidos con relación a los demás que ofrecen la misma rentabilidad.
- Los valores que tengan el rendimiento esperado más alto serán preferidos con relación a los demás que tienen el mismo riesgo.

De esta manera no todas las combinaciones de portafolios serán adecuadas, pues existen portafolios dominantes que cumplen las reglas anotadas arriba. Ejemplo:

Se cuenta con portafolios que tienen los siguientes rendimientos y riesgos:

PORTAFOLIO	RIESGO	RENDIMIENTO ESPERADO
A	2,00%	5,00%
B	5,00%	7,00%
C	12,00%	8,00%
D	2,00%	4,00%
E	7,00%	9,00%
F	4,00%	8,00%
G	8,00%	6,00%
H	6,00%	5,00%
I	9,00%	8,00%

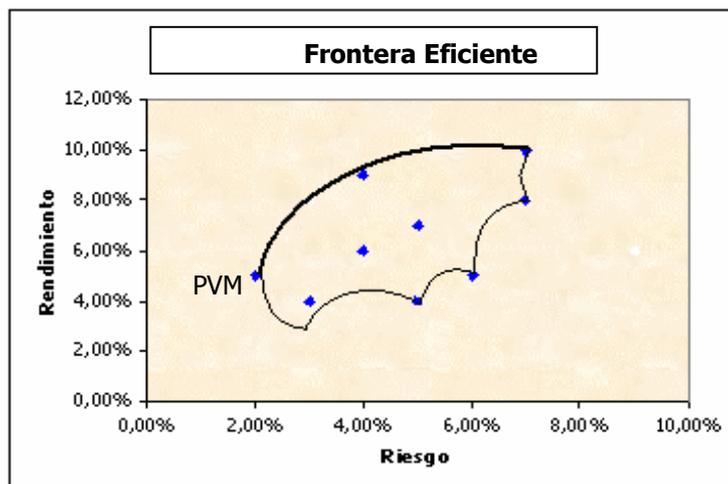


Fuente: BACHILLER CACHO, A.; *Op.Cit.*; Sección el Modelo de Markowitz; 2001

Elaborado por: Cristina Tufiño

Como se observa en el gráfico las combinaciones posibles de los portafolios se encuentran dentro del conjunto o frontera factible, pero sólo algunos se encuentran en el borde superior al noroeste del conjunto factible. A esta línea se llama frontera eficiente, pues en ella se encuentran las mejores combinaciones, ya que ningún portafolio tendrá mayor rendimiento con el mismo nivel de riesgo que los que se encuentran en la frontera eficiente, así como tampoco hay portafolios que tengan menor riesgo con el mismo nivel de rendimiento que las combinaciones de los valores en dicha frontera.

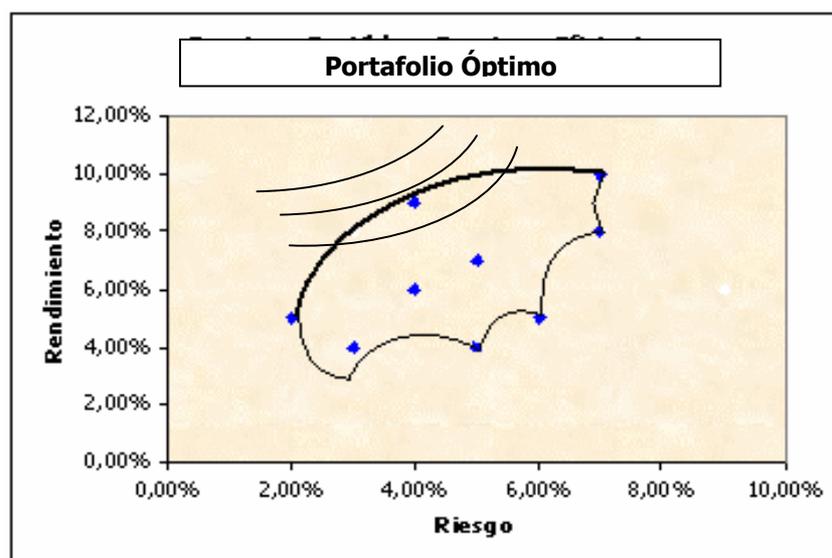
En el gráfico siguiente se diferencia la frontera eficiente marcada con una línea más gruesa. El punto más bajo de ésta frontera se denomina *Portafolio de Varianza Mínima (PVM)*, pues es el punto en que la combinación de los valores del portafolio, tiene el mínimo riesgo. Todos los puntos por debajo corresponden a portafolios con el mismo nivel de riesgo pero menor rentabilidad, y todos los puntos a la derecha corresponden a portafolios con la misma rentabilidad pero con mayor riesgo. Debido a esto la Frontera Eficiente no irá más abajo del punto de Varianza Mínima



Fuente: BACHILLER CACHO, A.; *Op.Cit.*; Sección el Modelo de Markowitz; 2001

Elaborado por: Cristina Tufiño

Una vez determinada la frontera eficiente, la selección del portafolio óptimo depende del inversionista, quién después de haber trazado su mapa de curvas de indiferencia, escogerá el portafolio que esté en la curva de indiferencia más al noroeste del conjunto y sea tangente a la frontera eficiente.



Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.149

Elaborado por: Cristina Tufiño

Si bien se prefiere la curva de indiferencia que esté más al noroeste, puede ser que ésta no esté dentro de los portafolios factibles, por lo que no se puede tomar en cuenta. En este caso el portafolio óptimo será el que se encuentra en el punto de tangencia de la curva de indiferencia con la frontera eficiente.

3.6 Cálculo de la Frontera Eficiente

Para calcular la Frontera Eficiente se utiliza la programación. Harry Markowitz fue el primero en describir ésta solución, pero en 1950 la solución no era tan sencilla cómo lo es ahora gracias a los avances tecnológicos, sobretodo las innovaciones de sistemas de computación y los software sofisticados que permiten delinear la frontera eficiente para miles de valores. Para efectos de esta tesis se utilizará el método que se tiene disponible, a través de una hoja de cálculo de Excel, que tiene entre sus funciones el Solver, el cual permite ingresar las restricciones necesarias y maximizar el rendimiento para un nivel de riesgo dado, o minimizar el riesgo para un nivel de rendimiento establecido.

A continuación se explica el proceso a seguir para calcular la Frontera Eficiente en Excel:

- Se necesita una matriz con las rentabilidades históricas de los valores a considerar, para calcular el rendimiento esperado de cada título valor.
- A partir de la matriz de rendimientos históricos, se construirá la matriz de varianzas y covarianzas necesarias para el cálculo del riesgo del portafolio.
- Se crea una tabla donde se pueden ingresar las restricciones pertinentes para la optimización del portafolio.
- Se utiliza la función de Solver para minimizar el riesgo o maximizar el rendimiento, encontrando las proporciones de cada valor que debe invertirse en el total de la cartera.

- Fijar los diferentes niveles de riesgo o rendimiento requeridos para determinar la máxima rentabilidad o el mínimo riesgo respectivamente.
- Graficar los puntos obtenidos y delimitar la Frontera Eficiente.

Las restricciones del modelo de Markowitz que deben constar en la programación cuadrática son las siguientes:

- La suma de las ponderaciones asignadas a cada valor en el que se invertirá deber ser igual a 1 (100%)
- Ningún valor por sí solo puede tener una ponderación mayor a 1.
- Ningún valor puede tener una ponderación negativa (menor a 1).
- La rentabilidad esperada calculada mediante la programación cuadrática debe ser igual a la requerida, si lo que se busca es minimizar el riesgo.
- El riesgo de la cartera debe ser igual al que el inversionista está dispuesto a aceptar, si lo que se busca es maximizar la rentabilidad.

Estas restricciones se pueden expresar de la siguiente manera:

$$W_a + W_b + W_c + \dots + W_n = 1$$

$$W_a, W_b, W_c, \dots, W_n \leq 1$$

$$W_a, W_b, W_c, \dots, W_n \geq 0$$

Donde W_a = ponderación asignada al valor A
 W_b = ponderación asignada al valor B
 W_c = ponderación asignada al valor C
 W_n = ponderación asignada al valor N

$$R_p = \sum_{i=1}^n R_i \cdot W_i = k$$

Donde k = rentabilidad requerida por el inversionista

Se verá un ejemplo de la optimización de un portafolio resuelto en Excel y se tomará el mismo ejemplo usado para resolver la fórmula del riesgo del portafolio de 2 valores:

	A	B	C
2			
3		Rendimientos Históricos	
4		Valor A	Valor B
5		13,00%	15,00%
6		14,00%	14,00%
7		16,00%	15,00%
8		17,00%	13,00%
9		16,00%	12,00%
10	Rendimiento	=PROMEDIO(B5:B9)	13,80%
11	esperado		
12			

	A	B	C
2			
3		Rendimientos Históricos	
4		Valor A	Valor B
5		13,00%	15,00%
6		14,00%	14,00%
7		16,00%	15,00%
8		17,00%	13,00%
9		16,00%	12,00%
10	Rendimiento	15,20%	13,80%
11	esperado		
12			
13		Matriz de Varianzas y Covarianzas	
14			
15		Valor A	Valor B
16	Valor A	0,000216	- 0,000096
17	Valor B	- 0,000096	0,000136
18			

	A	B	C	D	E
12					
13		Matriz de Varianzas y Covarianzas			
14					
15		Valor A	Valor B		
16	Valor A	0,000216	- 0,000096		
17	Valor B	- 0,000096	0,000136		
18					
19		Minimización del Riesgo			
20					
21		Valor A	Valor B	Total	
22	% a invertir	85,72%	14,28%	100,00%	
23	Restricciones	<=1	<=1	=1	
24	Rent. Esperada	13,03%	1,97%	15,00%	=15,00%
25	Riesgo Total	=RAIZ(SUMAPRODUCTO(MMULT(B22:C22; B16:C17);B22:C22))			
26					
27					
28					

	A	B	C	D	E
18					
19		Minimización del Riesgo			
20					
21		Valor A	Valor B	Total	
22	% a invertir	85,72%	14,28%	100,00%	
23	Restricciones	<=1	<=1	=1	
24	Rent. Esperada	13,03%	1,97%	15,00%	=15,00%
25	Riesgo Total	1,1747%			
26					
27					

	A	B	C	D	E
18					
19		Minimización del Riesgo			
20					
21		Valor A	Valor B	Total	
22	% a invertir	85,72%	14,28%	100,00%	
23	Restricciones	<=1	<=1	=1	
24	Rent. Esperada	13,03%	1,97%	15,00%	=15,00%
25	Riesgo Total	1,1747%			
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					
34					
35					
36					
37					
38					
39					
40					
41					
42					
43					
44					

Parámetros de Solver

Celda objetivo:

Valor de la celda objetivo:

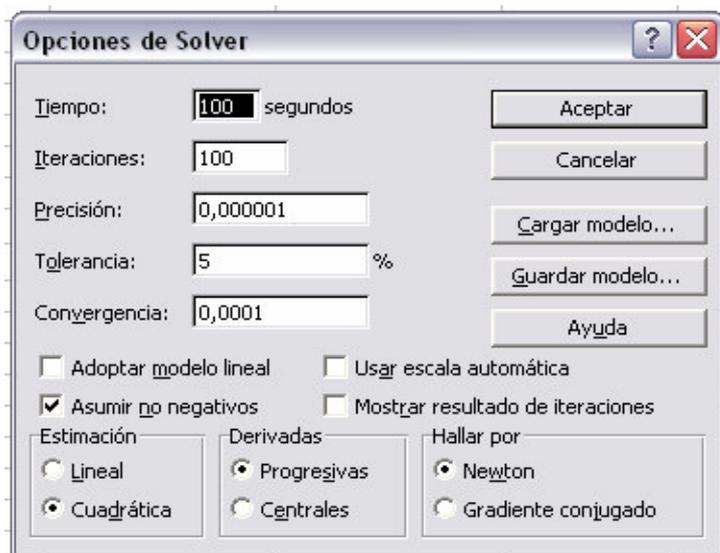
Máximo Mínimo Valores de:

Cambiando las celdas

Sujetas a las siguientes restricciones:

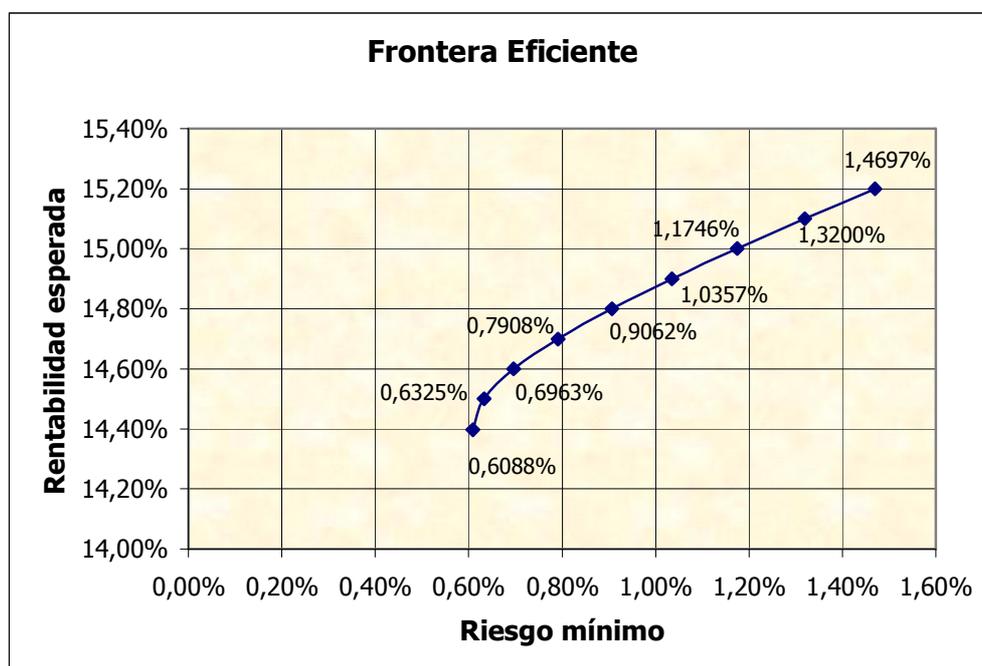
En los gráficos anteriores, se observa la minimización del riesgo para un nivel esperado de rentabilidad, en este caso 15% para el cual el riesgo mínimo es de 1,1746%, resultado que se obtuvo con la ayuda del *Solver*, en el cual ingresamos las restricciones antes mencionadas, además de especificar la forma de cálculo haciendo *click* en el botón *Opciones...*, para especificar que se utilice la programación cuadrática e ingresar la restricción de no negatividad, como se ve a continuación:¹⁸

¹⁸ EPPEN, G.D.; GOULD, F.J.; *Op.Cit*; p. 360



Después de obtener el riesgo mínimo para un nivel esperado de rendimiento, se procede a encontrar los demás puntos de la frontera eficiente. Esto se logra buscando con el Solver el riesgo mínimo, pero sin la restricción de la rentabilidad, para que encuentre el Portafolio de Varianza Mínima y tener el punto más bajo de la Frontera Eficiente. El punto más alto de la frontera eficiente será el que corresponde a la mayor rentabilidad del portafolio, en este caso 15,20% puesto que ninguna combinación de los valores nos dará una rentabilidad esperada más alta que la del valor A, pues este es el título que tiene la rentabilidad esperada más alto de los títulos que conforman el portafolio, lo que indicaría que se debe invertir 100% en este valor. Algunos de los puntos de la frontera eficiente para el ejemplo de 2 títulos son:

Riesgo mínimo	Rent. Esperada	Ponderaciones	
		Valor A	Valor B
0,6088%	14,40%	42,86%	57,14%
0,6325%	14,50%	50,00%	50,00%
0,6963%	14,60%	57,14%	42,86%
0,7908%	14,70%	64,29%	35,71%
0,9062%	14,80%	71,43%	28,57%
1,0357%	14,90%	78,57%	21,43%
1,1746%	15,00%	85,71%	14,29%
1,3200%	15,10%	92,86%	7,14%
1,4697%	15,20%	100,00%	0,00%



Por otra parte, si lo que busca el inversionista es maximizar su rentabilidad, lo que debe hacer es maximizar el rendimiento a un determinado nivel de riesgo asumido, el procedimiento es aproximadamente el mismo. El cambio que se debe efectuar está en la función del Solver, donde el cambio se buscará el máximo de la Celda Objetivo. De igual forma, como se delimitó la frontera eficiente para minimizar el riesgo, en la maximización de la rentabilidad se buscará la rentabilidad máxima sin restricción a cerca del nivel de riesgo, para luego buscar el punto mínimo de riesgo que se puede obtener, los resultados son los mismos, en consecuencia es la misma frontera eficiente.

	A	B	C	D	E
18					
19		Maximización de la Rentabilidad			
20					
21		Valor A	Valor B	Total	Riesgo aceptado
22	% a invertir	42,65%	57,35%	100,00%	0,6088%
23	Restricciones	<=1	<=1	=1	=0,00%
24	Rent. Esperada	6,48%	7,91%	14,40%	
25					
26					
27					
28					
29					
30					
31					
32					
33					
34					
35					
36					
37					
38					
39					
40					
41					
42					

Parámetros de Solver

Celda objetivo: Resolver

Valor de la celda objetivo:

Máximo Mínimo Valores de: Cerrar

Cambiando las celdas

Estimar

Sujetas a las siguientes restricciones:

Agregar...

Cambiar...

Eliminar

Restablecer todo
Ayuda

3.7 Casos de Correlación Extrema

Al mirar el gráfico de la Conjunto Eficiente, se puede advertir la concavidad del mismo. Esta concavidad está dada por la covarianza de los activos que la conforman, y en casos extremos de correlación dejará de ser cóncava. Para exponer fácilmente la formulación del conjunto eficiente en casos extremos, se utilizará la suposición de que el portafolio está compuesto por 2 títulos valores únicamente.

3.7.1 Correlación Perfecta Positiva

Si los valores que componen el portafolio tienen una correlación perfectamente positiva, el conjunto eficiente dejará de ser cóncavo, ya que el

conjunto eficiente está compuesto por los resultados de las fórmulas de riesgo y rendimiento. La correlación no tiene lugar en la fórmula del rendimiento, pero si en la del riesgo:

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot VAR_A + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot COV_{A,B} + W_B^2 \cdot VAR_B}$$

Si $COV_{A,B} = CORR_{A,B} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B$ la fórmula quedará así:

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot VAR_A + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot CORR_{A,B} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B + W_B^2 \cdot VAR_B}$$

Al tener una correlación perfectamente positiva, se reemplaza la correlación de los 2 valores por +1:

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot VAR_A + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot 1 \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B + W_B^2 \cdot VAR_B}$$

El término dentro de la raíz es un trinomio cuadrado perfecto, si pasa la expresión a su forma reducida, se tendrá la siguiente fórmula:

$$VAR_p = (W_A \cdot \sigma_A + W_B \cdot \sigma_B)^2 \rightarrow \sigma_p = W_A \cdot \sigma_A + W_B \cdot \sigma_B$$

Si el portafolio está compuesto por 2 valores, se conoce que $W_A + W_B$ es igual a 1, entonces $W_B = 1 - W_A$, y la fórmula quedaría así:

$$\sigma_p = W_A \cdot \sigma_A + (1 - W_A) \cdot \sigma_B$$

La fórmula del riesgo total del portafolio queda reducida al promedio ponderado de las desviaciones estándar, por lo que el conjunto eficiente se convierte en una combinación lineal del riesgo y el rendimiento con pendiente positiva.¹⁹

Con un ejemplo se trazará el gráfico correspondiente a un portafolio de 2 valores con correlación perfectamente positiva:

¹⁹ ELTON, E.; GRUBER, M.; *Op.Cit*; p.41

	Valor A	Valor B
	8%	8%
	9%	10%
	10%	12%
	11%	14%
	12%	16%
Rendimiento Esperado	10,00%	12,00%
Desviación Estándar	1,414%	2,828%
Correlación	1,00	

Las rentabilidades de los 2 valores se mueven exactamente en la misma dirección, por lo cual su correlación es perfectamente positiva.

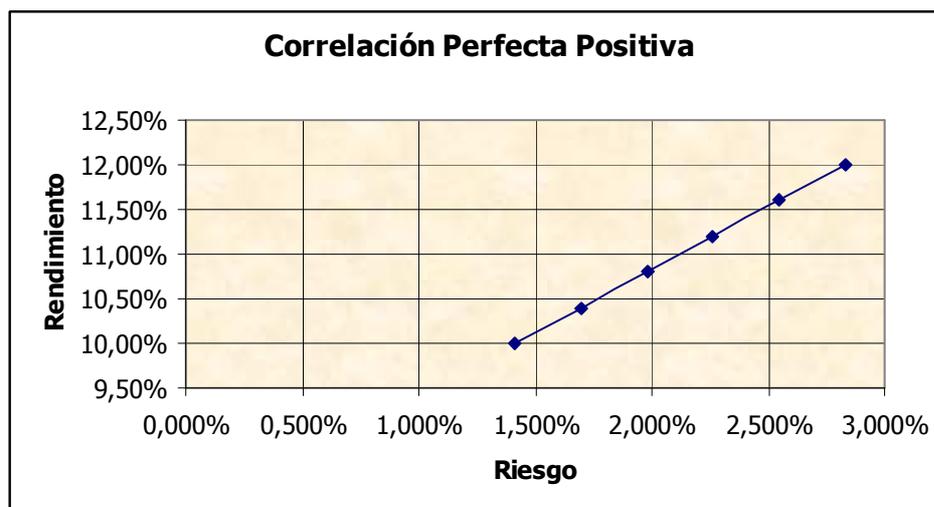
Al reemplazar los rendimientos esperados y las desviaciones estándar de cada valor, la ecuación del rendimiento y riesgo del portafolio serán:

$$R_p = 10\% * W_A + 12\% * W_B$$

$$\sigma_p = 1,414\% * W_A + 2,828\% * W_B$$

Riesgo de la cartera	Rendimiento esperado	Ponderaciones	
		Valor A	Valor B
1,414%	10,00%	100%	0%
1,697%	10,40%	80%	20%
1,980%	10,80%	60%	40%
2,263%	11,20%	40%	60%
2,546%	11,60%	20%	80%
2,828%	12,00%	0%	100%

Con los puntos encontrados se procede a graficar la Frontera Eficiente



3.7.2 Correlación Perfecta Negativa

En el caso anterior de correlación perfecta positiva, la fórmula para calcular el riesgo del portafolio se redujo a ser el promedio ponderado de las desviaciones estándar, en este caso la ecuación nos quedaría así:

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot VAR_A + 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot CORR_{A,B} \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B + W_B^2 \cdot VAR_B}$$

$$\sigma_p = \sqrt{W_A^2 \cdot VAR_A - 2 \cdot W_A \cdot W_B \cdot \sigma_A \cdot \sigma_B + W_B^2 \cdot VAR_B}$$

$$VAR_p = (W_A \cdot \sigma_A - W_B \cdot \sigma_B)^2 \rightarrow \sigma_p = (W_A \cdot \sigma_A - W_B \cdot \sigma_B)$$

Al sacar raíz cuadrada de un término negativo obtenemos 2 resultados, un término imaginario y uno positivo; como se trata del riesgo de un portafolio, se conoce que el riesgo no éste no puede ser negativo, por lo tanto sólo se admitirán resultados positivos.

A diferencia del caso anterior, en el que también pasó a ser una función lineal, el caso de correlación perfecta negativa no es el promedio ponderado de las desviaciones estándar. Por otro lado, cuando se produce esta situación, el

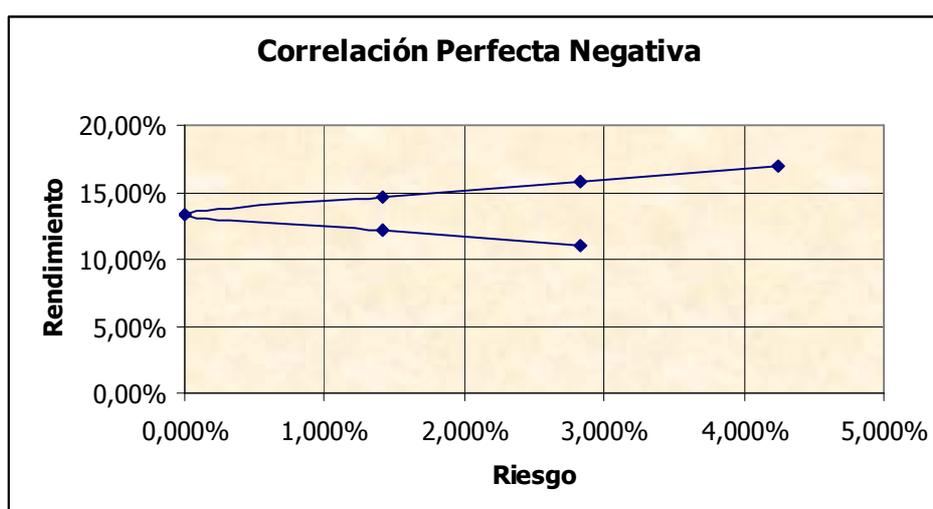
conjunto eficiente tendrá un punto donde el riesgo es cero, ya que la correlación perfectamente negativa elimina totalmente el riesgo, como se verá en el siguiente ejemplo:

	Valor A	Valor B
	11%	15%
	14%	13%
	17%	11%
	20%	9%
	23%	7%
Rendimiento Esperado	17,00%	11,00%
Desviación Estándar	4,243%	2,828%
Correlación	-1,00	

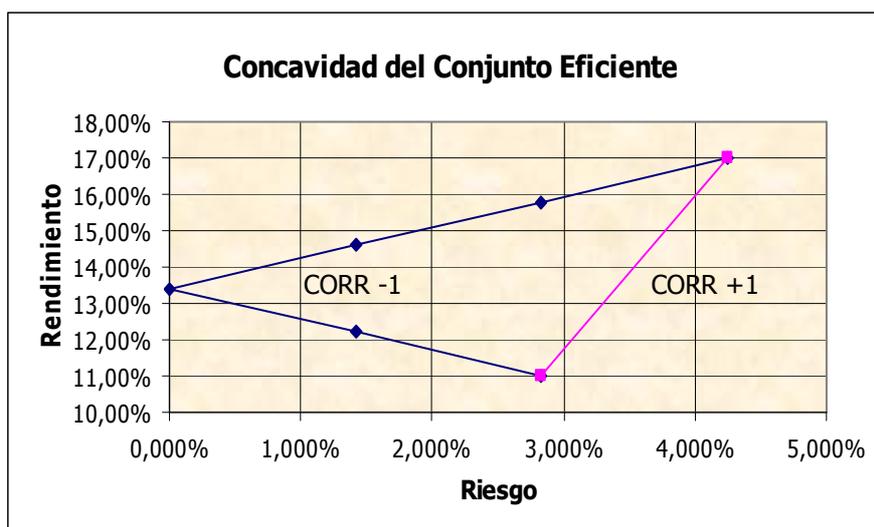
$$R_p = 17\% * W_A + 11\% * W_B$$

$$\sigma_p = (4,243\% * W_A + 2,828\% * W_B)$$

Riesgo de la cartera	Rendimiento esperado	Ponderaciones	
		Valor A	Valor B
4,243%	17,00%	100%	0%
2,828%	15,80%	80%	20%
1,414%	14,60%	60%	40%
0,000%	13,40%	40%	60%
1,414%	12,20%	20%	80%
2,828%	11,00%	0%	100%



Entonces, al tener los 2 casos extremos de correlación, y al unirlos en un solo grafico podemos percibir que mientras menor sea la correlación mayor será la concavidad del conjunto:



Así mientras más a se acerque el portafolio a una correlación perfecta negativa, o más se aleje de una correlación perfecta positiva, más cóncavo se hará hacia la izquierda.

3.8 Efecto de la Diversificación

Hasta ahora se ha analizado el riesgo para un portafolio compuesto por 2 títulos. Cuando se tiene más títulos que conforman la cartera, como ya se mencionó anteriormente en el capítulo 1, el riesgo disminuye, por lo tanto mientras más títulos se incorporen en la cartera, menor será el riesgo al que expone el inversionista. Pero no se eliminará completamente como en el caso de la perfecta correlación negativa, debido a que en la realidad no se cuenta con más de 2 títulos que tengan este tipo de correlación, y si la cartera se compone de n valores, es muy poco probable que se de una correlación perfecta negativa entre todos ellos.

Además se conoce que el riesgo total de un título está compuesto por el riesgo de mercado o sistemático, que no se puede eliminar y contra el que difícilmente el inversionista puede estar cubierto, más el riesgo no sistemático correspondiente a cada uno de los valores. EL riesgo sistemático puede estar medido por el coeficiente beta. En consecuencia el riesgo total sería:

$$\sigma_p^2 = \beta_{pI}^2 \sigma_I^2 + \sigma_{Ep}^2$$

Donde σ_p^2 = varianza del portafolio
 β_{pI}^2 = coeficiente beta del portafolio
 σ_I^2 = varianza de los rendimientos del índice de mercado
 $\beta_{pI}^2 \sigma_I^2$ = riesgo de mercado del portafolio
 σ_{Ep}^2 = varianza única de la cartera

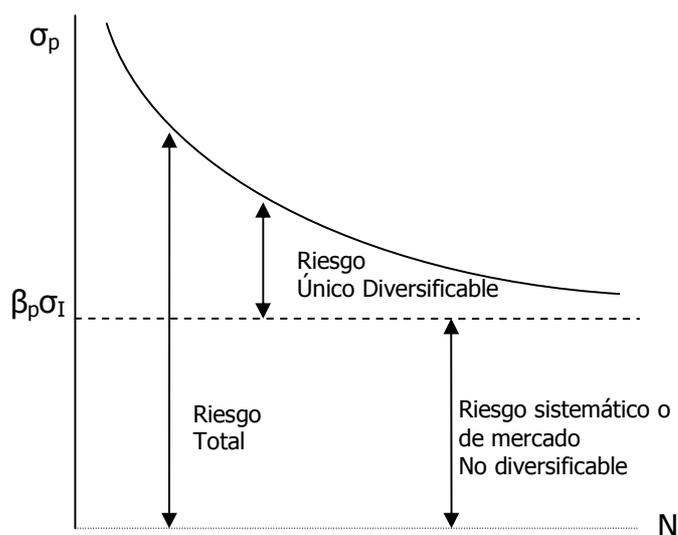
Si se conoce que el coeficiente beta del portafolio es el promedio ponderado de las Betas de cada título valor, y cuanto más diversificada sea una cartera más valores de beta se tendrán para promediar, pero no disminuirá ni aumentará significativamente, entonces el riesgo de mercado del portafolio seguirá prácticamente igual.

Por otra parte, la varianza única de la cartera o portafolio, asumiendo que no existe correlación entre los rendimientos de cada valor ya que hablamos del riesgo único, que se ve afectado de manera diferente por los acontecimientos de cada empresa, es:

$$\sigma_{Ep}^2 = \sum_{i=1}^n W_i^2 \cdot \sigma_i^2$$

Donde W_i^2 = ponderación de cada valor dentro del portafolio

Se puede asumir que $W_i^2 = [1/N]^2$, por lo que σ_i^2 será cada vez más pequeña mientras más valores se incluyan en la cartera. Por ende, la varianza única de la cartera disminuye con un mayor número de valores, y también el riesgo total.



Fuente: ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.163

3.9 Préstamo y Endeudamiento Libre de Riesgo

Los portafolios incluyen un sin número de valores en los que se puede invertir, casi todos riesgosos, pues inclusive los de renta fija como los Bonos u Obligaciones tienen un nivel de riesgo. Pero también se puede invertir en activos libres de riesgo, los cuales ofrecen un rendimiento seguro dentro del período de tenencia, es decir se sabe exactamente cuanto se recibirá al final del plazo, entonces su desviación estándar es cero.

Uno bono u una obligación puede ser un activo libre de riesgo siempre y cuando la fecha del vencimiento de éste valor sea la misma que la del período de tenencia, debido a que si el vencimiento se da después del período de tenencia, el valor de mercado de un título con éstas características no es el mismo que al

vencimiento por el riesgo de la tasa de interés. Así mismo, si el vencimiento se da antes del plazo del período de tenencia, el riesgo que se corre se debe al riesgo de la tasa de reinversión, porque no se conoce la tasa a la que se podrá reinvertir durante los días faltantes hasta el final del período de tenencia del portafolio.

3.9.1 Préstamo Libre de Riesgo

El término Préstamo se debe a que el inversionista coloca sus fondos en el título libre de riesgo, y es considerado como si prestase el dinero al emisor del valor. Al incluir un activo libre de riesgo en el portafolio de inversión, la frontera eficiente tendrá un cambio, pues se trazará una línea recta que comienza con el rendimiento del activo libre de riesgo en el eje Y, el cual tendrá una rentabilidad menor a la de cualquier otro valor, ya que el inversionista requiere una prima por riesgo; y en cero riesgo en el eje X, que luego se conectará al punto donde la decisión de inversión toma únicamente los valores riesgosos, es decir es tangente a la frontera eficiente de un portafolio sin activo libre de riesgo.

Por ejemplo, si se cuenta con 4 títulos riesgosos y uno libre de riesgo como los siguientes, la frontera eficiente únicamente formada por los títulos A,B,C, y D será:

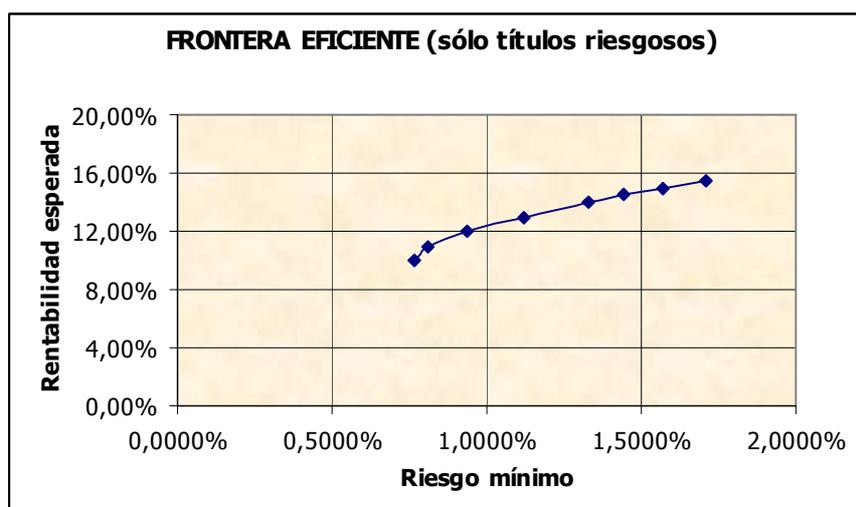
	TÍTULO A	TÍTULO B	TÍTULO C	TÍTULO D	TÍTULO E
	12,00%	10,00%	10,00%	16,00%	5,00%
	10,00%	9,00%	9,00%	13,00%	5,00%
	11,00%	11,00%	7,00%	15,00%	5,00%
	14,00%	13,00%	8,00%	17,00%	5,00%
	15,00%	12,00%	10,00%	14,00%	5,00%
	14,00%	10,00%	11,00%	18,00%	5,00%
Rendimiento Esperado	12,67%	10,83%	9,17%	15,50%	5,00%
Desviación Estándar	1,7951%	1,3437%	1,3437%	1,7078%	0,0000%

MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS

	TÍTULO A	TÍTULO B	TÍTULO C	TÍTULO D
TÍTULO A	0,0003222	0,0001611	0,0001056	0,0001500
TÍTULO B	0,0001611	0,0001806	-0,0000639	0,0000583
TÍTULO C	0,0001056	-0,0000639	0,0001806	0,0000583
TÍTULO D	0,0001500	0,0000583	0,0000583	0,0002917

	PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA: FRONTERA EFICIENTE					Riesgo Total
	TÍTULO A	TÍTULO B	TÍTULO C	TÍTULO D	TOTAL	
% a invertir	0,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	1,3437%
Restricciones	<=1	<=1	<=1	<=1	=1	
Rentabilidad esperada	0,00%	0,00%	9,17%	0,00%	9,17%	=9,00%

FRONTERA EFICIENTE	
Riesgo mínimo	Rent. Esperada
0,7638%	10,00%
0,8107%	11,00%
0,9375%	12,00%
1,1173%	13,00%
1,3288%	14,00%
1,4422%	14,50%
1,5677%	15,00%
1,7078%	15,50%



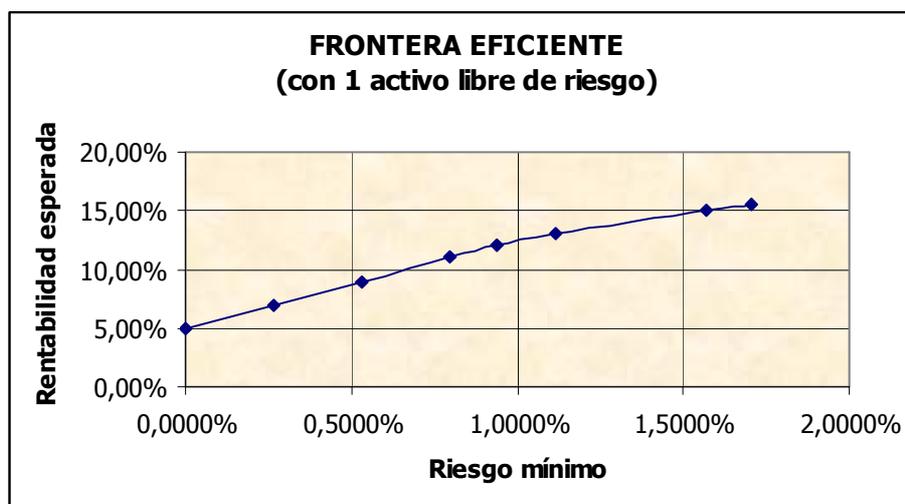
Al incluir el activo libre de riesgo, que puede ser una póliza de acumulación o un depósito a plazo fijo, la frontera eficiente cambia:

MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS

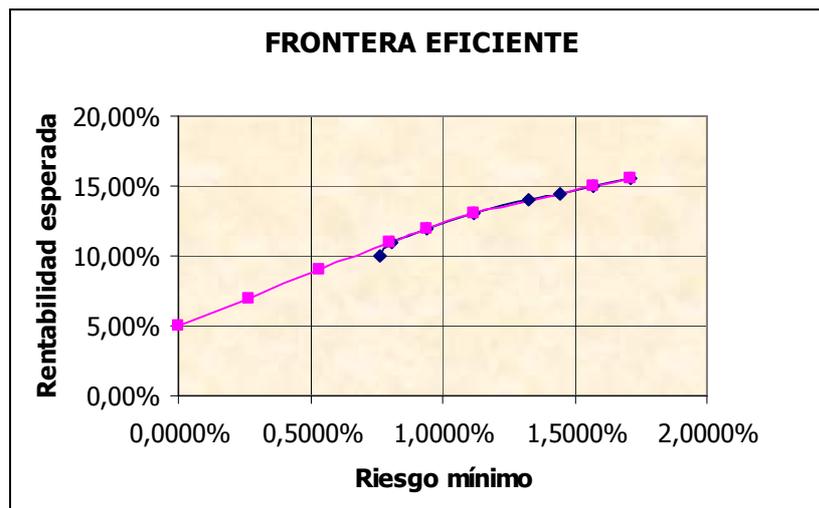
	TÍTULO A	TÍTULO B	TÍTULO C	TÍTULO D	TÍTULO E
TÍTULO A	0,0003222	0,0001611	0,0001056	0,0001500	0,0000000
TÍTULO B	0,0001611	0,0001806	-0,0000639	0,0000583	0,0000000
TÍTULO C	0,0001056	-0,0000639	0,0001806	0,0000583	0,0000000
TÍTULO D	0,0001500	0,0000583	0,0000583	0,0002917	0,0000000
TÍTULO E	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000

	PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA: FRONTERA EFICIENTE						Riesgo Total
	TÍTULO A	TÍTULO B	TÍTULO C	TÍTULO D	TÍTULO E	TOTAL	
% a invertir	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	0,00%	100,00%	1,7078%
Restricciones	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	=1	
Rentabilidad esperada	0,00%	0,00%	0,00%	15,50%	0,00%	15,50%	=15,50%

FRONTERA EFICIENTE	
Riesgo mínimo	Rent. Esperada
0,0000%	5,00%
0,2663%	7,00%
0,5327%	9,00%
0,7990%	11,00%
0,9375%	12,00%
1,1173%	13,00%
1,5676%	15,00%
1,7078%	15,50%



En el gráfico arriba, se visualiza la nueva frontera eficiente que parte de un riesgo de cero y rentabilidad de 5%, cuando se invierte el 100% en el activo sin riesgo y culmina en una rentabilidad de 15,50%, punto donde se invierte el 100% en el título D. Y si unimos las 2 fronteras, se verá el punto de tangencia:



Este punto de tangencia se da cuando la rentabilidad es de 12% y la inversión se hace sólo en los activos riesgosos, el riesgo para este nivel de rendimiento es de 0,9375%, debido a que a partir de este punto las combinaciones del portafolio que contienen únicamente valores riesgosos darán mayor rentabilidad.

3.9.2 Endeudamiento Libre de Riesgo

Al igual que en el caso del préstamo, el endeudamiento también es libre de riesgo, ya que se conoce la tasa de interés que se pagará por el préstamo y cual será exactamente el reembolso. Para este caso, el inversionista ya no sólo podrá invertir en un valor libre de riesgo sino que podrá pedir prestado dinero a la misma tasa libre de riesgo.

En lo que corresponde a la frontera eficiente, ésta también se verá modificada, pues el inversionista podrá obtener mayor rentabilidad gracias a que tiene una cantidad mayor de dinero para invertir. Esto también se deberá tomar en cuenta en las restricciones ingresadas para resolver mediante programación cuadrática la optimización del portafolio, debido a que la suma de los porcentajes a invertir en cada valor ya no será 100%, sino 100% más el porcentaje que corresponda a la cantidad que se pide prestada en relación al monto inicial, es decir, si el inversionista cuenta con \$10.000 para invertir y puede pedir prestado \$2.500, el monto total disponible será \$12.500 (125% de los fondos propios iniciales).

Para entender mejor se emplearán los mismos datos del ejemplo anterior al que se incorporará el préstamo, cantidad que irá creciendo a 50%, 75% y 100%.

Fondos Propios	10.000,00
+ Deuda	2.500,00
= Riqueza Total inicial	12.500,00
Rentabilidad del portafolio	12,00%
+ Cantidad ganada	1.500,00
= Riqueza Final Bruta	14.000,00
- Reembolso de deuda	2.500,00
- Pago de intereses (5%)	125,00
= Riqueza Final Neta	11.375,00
Rentabilidad real	13,75%

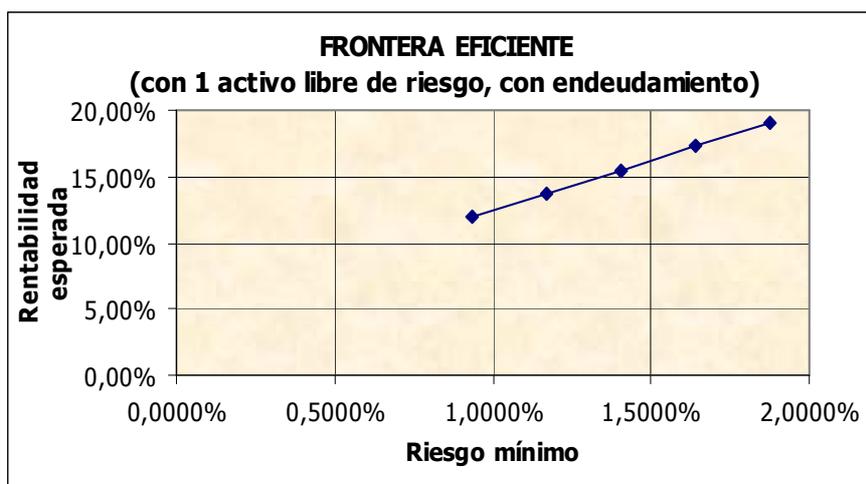
Fondos Propios	10.000,00
+ Deuda	5.000,00
= Riqueza Total inicial	15.000,00
Rentabilidad del portafolio	12,00%
+ Cantidad ganada	1.800,00
= Riqueza Final Bruta	16.800,00
- Reembolso de deuda	5.000,00
- Pago de intereses (5%)	250,00
= Riqueza Final Neta	11.550,00
Rentabilidad real	15,50%

Fondos Propios	10.000,00
+ Deuda	7.500,00
= Riqueza Total inicial	17.500,00
Rentabilidad del portafolio	12,00%
+ Cantidad ganada	2.100,00
= Riqueza Final Bruta	19.600,00
- Reembolso de deuda	7.500,00
- Pago de intereses (5%)	375,00
= Riqueza Final Neta	11.725,00
Rentabilidad real	17,25%

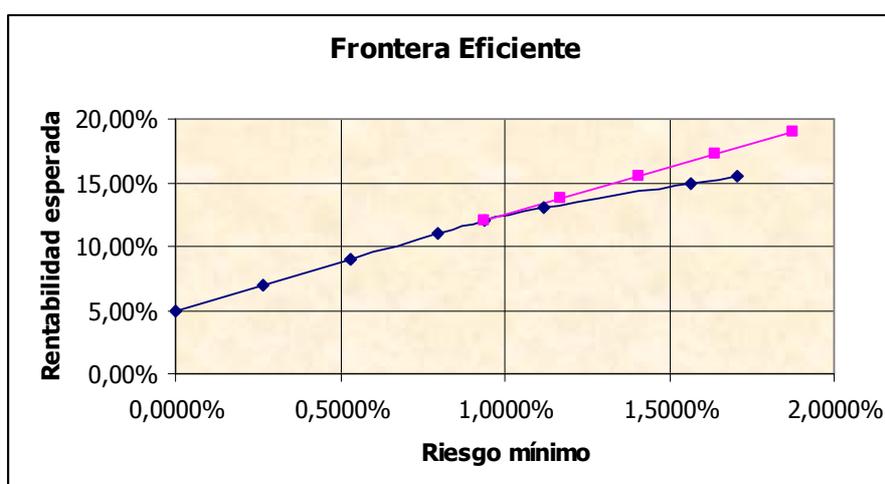
Fondos Propios	10.000,00
+ Deuda	10.000,00
= Riqueza Total inicial	20.000,00
Rentabilidad del portafolio	12,00%
+ Cantidad ganada	2.400,00
= Riqueza Final Bruta	22.400,00
- Reembolso de deuda	10.000,00
- Pago de intereses (5%)	500,00
= Riqueza Final Neta	11.900,00
Rentabilidad real	19,00%

La Frontera Eficiente de los 5 títulos, incluyendo uno libre de riesgo y sin endeudamiento tiene un segmento de línea recta y otro curvo; luego de añadir el préstamo, dicha frontera será únicamente una línea recta:

FRONTERA EFICIENTE		
Riesgo mínimo	Rent. Esperada	Deuda
0,9375%	12,00%	0,00%
1,1719%	13,75%	25,00%
1,4063%	15,50%	50,00%
1,6406%	17,25%	75,00%
1,8750%	19,00%	100,00%



El gráfico muestra que, mientras mayor sea la cantidad de deuda adquirida por el inversionista, más se extenderá la línea hacia arriba, pero no infinitamente, pues siempre existen restricciones de las instituciones financieras que proveen los fondos, en cuanto a la cantidad que se otorgará al inversionista. Además refleja la ventaja del apalancamiento ya que, fijado el punto de rentabilidad de 12% donde la combinación de valores dejó de incluir el activo libre de riesgo, con cada aumento de los fondos a invertir a través del préstamo la rentabilidad fue mayor. Al comparar gráficamente la frontera eficiente anterior con la actual tenemos:



La frontera eficiente fue trazada a partir del punto en que ya no se incluye el activo libre de riesgo en la combinación de valores del portafolio. Esto se debe a la suposición de que el inversionista no contratará deuda a una tasa igual a la que puede obtener de un activo sin riesgo porque no obtiene ganancia de esto.

3.10 Línea de Mercado de Capitales

Al incluir el préstamo y endeudamiento libre de riesgo en el modelo de Markowitz, se ha obtenido una nueva línea del conjunto eficiente que domina a todos los anteriores, ofreciendo menor riesgo para el caso de la inversión en un activo libre de riesgo, y mayor rentabilidad al contratar una deuda. La única cartera que no ha sido dominada es aquella en que no contrata deuda ni se invierte en activos no riesgosos, este punto es conocido por todos los inversionistas como la mejor combinación de riesgo y rendimiento.²⁰ A esta recta se la conoce como *Línea de Mercado de Capitales*.

Hay 10 suposiciones que sostienen las implicaciones de la línea del mercado de capitales:²¹

- Los inversionistas evalúan los portafolios en función de los rendimientos esperados y las desviaciones estándar dentro de un período.
- Los inversionistas tienen insaciabilidad de rendimiento, y con un mismo nivel de riesgo siempre escogerán la rentabilidad más alta.
- Los inversionistas tienen aversión al riesgo, y entre portafolios con la misma rentabilidad esperada, siempre escogerán la cartera de menor riesgo.
- Los valores individuales son infinitamente divisibles, y se puede comprar una fracción de una acción si lo desea.

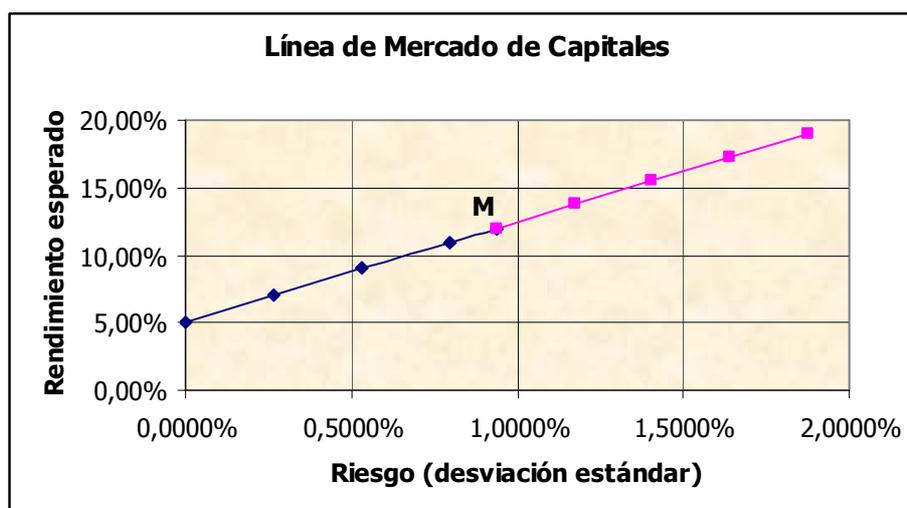
²⁰ BENTON, E. Gup; *Op.Cit.*; p.511

²¹ ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.191

- Hay una tasa libre de riesgo a la que se puede prestar dinero o pedirlo prestado.
- Los impuestos y costos de transacción son irrelevantes.
- Todos los inversionistas tienen el mismo horizonte de un período.
- La tasa libre de riesgo es la misma para todos.
- La información está a disposición de todos los inversionistas
- Los inversionistas tienen expectativas y percepciones iguales con respecto a los rendimientos esperados y desviaciones estándar de los títulos valores.

Dadas estas suposiciones, todos los inversionistas pueden evaluar los valores y obtener la cartera de tangencia, conocida como punto M o cartera de mercado, siendo éste el único punto de tangencia con el modelo de Markowitz.

Cada inversionista escogerá la misma combinación de valores riesgosos expresados en M, distribuyendo sus fondos en las mismas proporciones, para luego agregar préstamo o endeudamiento libre de riesgo, y la diferencia en la elección del portafolio tendrá lugar únicamente debido a las curvas de indiferencia de cada inversionista.



La línea de mercado de capitales se refiere a portafolios que incluyen el riesgo total, medido por las desviaciones estándar de sus valores individuales, pero si se busca medirlo por el riesgo sistemático representado por beta, la línea representativa será la *SML* (Security Market Line). Esta línea comienza con la beta (en el eje horizontal) de un activo libre de riesgo, es decir 0, y su rendimiento (en el eje vertical). La cartera M, que representa a la cartera de mercado tiene como beta 1, en consecuencia todos los valores que se encuentren en la línea SML están en equilibrio con respecto al riesgo y al rendimiento del mercado.

Estas herramientas teóricas proporcionan al inversionista un proceso racional en la selección óptima de un portafolio, que tomarán en cuenta tanto las actitudes del mercado como las percepciones individuales respecto al riesgo, y también son útiles para los administradores de fondos que necesitan cumplir las expectativas de sus clientes.

CAPÍTULO 4
ADMINISTRACIÓN DEL
PORTAFOLIO

CAPÍTULO 4 ADMINISTRACIÓN DEL PORTAFOLIO DE INVERSIÓN

4.1 Funciones de la Administración de Inversiones

Inicialmente, en el capítulo 1 se explicó el proceso de inversión. Este procedimiento se puede definir en 5 pasos, que vienen a constituir las funciones que un(a) administrador(a) de fondos debe realizar para cada cliente cuyo dinero esté administrando. Los pasos son los siguientes:²²

- Establecer la política de inversiones
- Realizar un análisis de valores
- Construir una cartera
- Revisar la cartera
- Evaluar el desempeño de la cartera

4.2 Establecimiento de una política de inversión

El administrador de inversiones que maneja la cartera de un cliente, debe conocer sus preferencias de riesgo y rendimiento, ya que estas son las características que definirán los objetivos de la cartera a manejar, y lo que los diferencia de otros inversionistas.

Previamente se proporcionará al cliente un conjunto de riesgos y rendimientos esperados para las combinaciones de carteras de referencia, diciéndole al cliente que dichas combinaciones son el conjunto eficiente que incluye préstamo y endeudamiento a una tasa libre de riesgo, y por lo tanto se conectan por una línea recta. El cliente deberá identificar la combinación más

²²ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.392

atractiva para él, es decir que identifique el punto de tangencia de su curva de indiferencia con el conjunto o frontera eficiente.

Las curvas de indiferencia son generalmente convexas, pero si éstas se trazan en el eje horizontal con la varianza en lugar de la desviación estándar, éstas se vuelven lineales, para las cuales la ecuación es la siguiente:

$$Y = a + bX \rightarrow R_p = U_i + \frac{1}{\tau} \sigma_p^2$$

Donde: R_p = Rendimiento promedio esperado

U_i = intersección en el eje vertical

$1/\tau$ = pendiente

σ_p^2 = varianza del portafolio

Las curvas de indiferencia son paralelas, todas tienen la misma pendiente, así como la cartera escogida por el inversionista tiene igual pendiente que la curva de indiferencia trazada con la varianza. Por lo tanto se puede utilizar la pendiente del conjunto eficiente.

Ejemplo:

Si dentro de las combinaciones que se expuso al cliente, la cartera de mercado o punto M correspondía a 14% de rendimiento y 15% de riesgo (desviación estándar) y se conocía que la tasa libre de riesgo es 6%, la pendiente será:

$$\frac{1}{\tau} = \frac{Y_2 - Y_1}{X_2 - X_1} \rightarrow \frac{1}{\tau} = \frac{14 - 6}{15^2 - 0} = 0,035555 \quad \tau = 1/0,03555 = 28,125$$

Esto quiere decir que por cada 1% extra de rendimiento, el inversionista está dispuesto a aceptar 28,125 puntos extras de varianza.

En la ecuación anterior, U_i era igual al punto de intersección en el eje Y, es decir el rendimiento de un activo libre de riesgo, mejor conocido como *equivalente de certeza*; ahora el administrador debe identificar el equivalente de certeza más alto para un nivel de tolerancia al riesgo dado por el cliente. Entonces si el portafolio que escogió el cliente tenía 10% de rendimiento esperado, con 7,5% de desviación estándar, se puede identificar U_i :

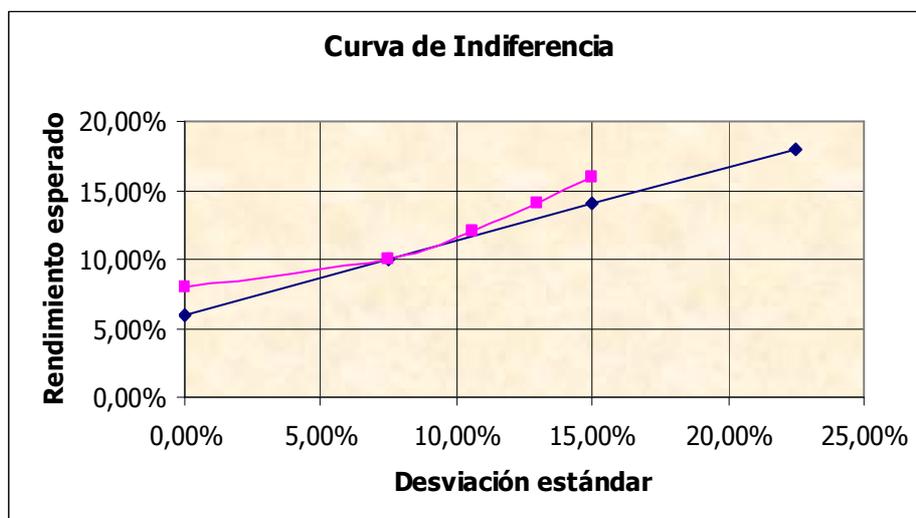
$$\bar{R}_p = U_i + \frac{1}{\tau} \sigma_p^2 \rightarrow U_i = \bar{R}_p - \frac{1}{\tau} \sigma_p^2$$

$$U_i = 10 - (1/28,125) * (7,5^2) = 8,00\%$$

El equivalente de certeza para la curva de indiferencia del cliente es de 8,00%. Si el inversionista hubiese escogido otra combinación diferente, el equivalente de certeza también sería diferente.

Frontera Eficiente	
Desviación Estándar	Rendimiento esperado
0,00%	6,00%
7,50%	10,00%
15,00%	14,00%
22,50%	18,00%

Curva de Indiferencia	
Desviación Estándar	Rendimiento esperado
0,00%	8,00%
7,50%	10,00%
10,61%	12,00%
12,99%	14,00%
15,00%	16,00%



Una vez que el administrador haya determinado la curva de indiferencia, puede establecer una política de inversión que refleje los niveles de riesgo y rendimiento que satisfagan al cliente, para luego proceder a analizar los valores disponibles y construir la cartera.

4.3 Análisis de Valores y Construcción del Portafolio

Dentro del ámbito de las inversiones, hay generalmente dos tipos de administración, la pasiva que se hace para largos plazos y con cambios poco frecuentes y la activa que buscan los valores subvaluados, es decir tienen el criterio de que los mercados no son eficientes.

En la administración pasiva, las opiniones del cliente y el administrador son congruentes con las percepciones generales de riesgo y rendimiento, por lo tanto se buscarán valores que coincidan con una cartera de referencia y su índice. O también pueden crear carteras que concuerden con las preferencias y situación del cliente. De todas formas, en una administración pasiva no se tratará de superar el índice de referencia.

A diferencia de la administración pasiva, los administradores activos buscan valores, que según su percepción, no concuerdan con las estimaciones promedio o generales del resto de inversionistas. Para esto es necesario realizar el análisis de los valores.

4.3.1 Análisis de los valores

Una principal razón para realizar el análisis de los valores, es identificar valores subvaluados, y esto implica poder estimar el riesgo y el rendimiento futuro de los títulos, para lo cual se busca el valor intrínseco del valor, el cual, según lo indicado en capítulo 1, es el valor actual de los flujos de caja que se espera recibir, en el caso de una acción pueden ser los dividendos.

También se puede estimar el nivel de utilidades de las empresas cuyas acciones se negocian, si el valor previsto es mayor al del resto de analistas, se comprarán las acciones, esperando obtener una ganancia mayor, que los demás no se esperaban. En cambio, si la valuación de los títulos diese un resultado inferior al general, el analista no invertiría en esta acción, o lo haría en menor proporción. Este tipo de análisis se lo conoce como fundamental. El análisis técnico no se basa en situaciones futuras sino que trabaja en base a datos del pasado, que ya se conocen, y de acuerdo a esto predecir lo que ocurrirá en el corto plazo. La metodología de este último método de análisis descansa sobre la teoría de que la historia tiende a repetirse.

Cabe anotar que no se ha descubierto un sistema universal y exitoso para la valoración de los títulos que garanticen rendimientos mayores de los normales. Y aunque hubiese algún método, en el momento en que se haga público dejará de ser exitoso, pues todos lo conocerían y utilizarían, dejándolo nulo.

Igualmente se debe conocer que el hecho de comprar valores subvaluados tiende a empujar sus precios hacia el valor real, haciendo que pierda su condición de subvaluado.

Para realizar un buen análisis de los valores se requieren ciertas habilidades como comprender a los mercados financieros y los principios de valuación, sabiendo estimar los movimientos futuros y la relación que guardan con las posibles causas.²³ Es necesario poseer conocimientos en análisis cuantitativos, econométricos y un entendimiento contable que implica el procesamiento de datos, para así conformar el portafolio adecuado que llene las expectativas del cliente.

4.3.2 Construcción del Portafolio

Los pronósticos realizados por el administrador de rentabilidad y riesgo de los valores permitirán generar un portafolio de acuerdo a las curvas de indiferencia del cliente, pero el proceso de selección de los valores no se hará analizando todos los valores disponibles ya que esto incurriría en costos excesivos.

Por lo tanto, existen algunos métodos de selección de los valores que conformarán el portafolio:

- Asignación de activos.- se divide los fondos del cliente en 2 clases de activos, como bonos y acciones óptimos, se evalúan las combinaciones óptimas entre estas 2 carteras para definir la frontera eficiente y así determinar como se debe invertir.
- Selección del sector.- el proceso anterior se puede ampliar introduciendo sectores de la economía. Consiste en definir primero carteras por sectores para luego establecer la combinación óptima entre sectores.

²³ ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.287

- Oportunidad de mercado.- este estilo de selección se basa en formar una cartera de mercado de referencia y un activo libre de riesgo, para encontrar la mejor entre valores riesgosos y activos libres de riesgo.

Ya definido el estilo de selección de valores que se usará, el administrador elegirá los valores óptimos para formar el portafolio, sin dejar de lado las revisiones que se deben hacer periódicamente.

4.4 Revisión de la cartera

Un buen administrador de fondos debe darse cuenta, que la cartera que en algún momento fue óptima, ya no lo es, pues las condiciones cambian, los valores cambian y sus rendimientos y niveles de riesgo también. Entonces, se deben hacer constantes revisiones a los portafolios y formar nuevos portafolios con nuevos valores que puedan considerarse óptimos en ese momento. Pero esta revisión acarrea costos que deben tomarse en cuenta. Si los costos de moverse hacia una nueva cartera superan a los beneficios que ésta traerá consigo, no se recomienda cambiar las inversiones. Para esto existe los llamados *Swaps*, que facilitan a los administradores la reestructuración de los portafolios, ya que es un contrato en el cual 2 partes acuerdan pagar a un plazo determinado, por ejemplo, el rendimiento de un índice de mercado, mientras recibe de la contraparte el rendimiento de la tasa de interés vigente, es decir, que equivale a que, mientras una parte compra bonos y entrega acciones, las contraparte entrega bonos y compra acciones, evitando los costos de transacción que la reestructuración incluye.

Un cliente al mismo tiempo puede colocar sus fondos con distintos administradores que tengan estilos diferentes, y de esta forma cubrirse del riesgo de una posible administración incorrecta. De todos modos, el inversionista siempre llevará una evaluación del desempeño de sus inversiones para determinar si sus requerimientos están siendo cumplidos.

4.5 Evaluación del Portafolio

El cliente o inversionista que ha contratado un administrador de fondos para que maneje su dinero, requiere tener información acerca del desempeño del portafolio en el que fue colocada su riqueza. Con los resultados de la evaluación del desempeño, el inversionista podrá modificar las restricciones que impuso al administrador o decidir cambiar la cantidad de dinero invertida. Existen algunos métodos que pueden servir para evaluar el desempeño del portafolio.

4.5.1 Medidas de Rendimiento

Puede medirse el desempeño de la cartera por los rendimientos obtenidos en intervalos de tiempo, que de preferencia deberían ser mensuales o trimestrales para evitar tener un resultado indiferente si se revisa anualmente, puesto se necesitan datos de rendimientos periódicos.

Como ya se conoce, la rentabilidad puede medirse restando la riqueza final de la inicial, y dividiendo esta diferencia para la riqueza inicial, pero esto es sencillo cuando el cliente no ha aumentado o retirado fondos de su inversión. Para esto hay 2 métodos que toman en cuenta los flujos que ha tenido la cartera:

- Rendimientos ponderados por efectivo.- similar a la tasa interna de retorno (TIR) donde se busca la tasa de rendimiento que actualice los flujos, incluyendo la riqueza final, y sea igual al monto inicial de la inversión.
- Rendimientos ponderados por tiempo.- este método incluye el valor de la cartera antes de que se aumente o retire fondos de la inversión, pues el valor del portafolio puede calcularse en cualquier momento. Al incluir éste valor, se produce un efecto más real ya que si el valor de la cartera ha bajado y además se retiran fondos, el flujo que se va a

actualizar es diferente, por ejemplo si se retiro \$10.000 y el valor de mercado de la cartera a ese momento había decaído en \$3.000, el valor a actualizarse no debe ser únicamente \$3.000, sino \$13.000. Esto nos dará una diferente tasa de rentabilidad.

Se puede concluir que el segundo método es más adecuado, pues toma en cuenta el tamaño del portafolio y el *timing* de los flujos, por lo cual el resultado es más representativo. Lo más importante de medir el rendimiento de una cartera, es hacerlo de manera relativa, pues no se puede determinar si el desempeño ha sido bueno o malo si no hay una referencia que lo indique.

4.5.2 Índices de Mercado

Un índice de mercado muestra el desempeño general de los valores disponibles, tranzados en bolsa. No todos los índices son iguales, difieren por los valores incluidos en el índice, y por la forma de cálculo de los mismos. Entre los más conocidos en el mundo tenemos el Dow Jones Average, que mide las transacciones y rendimientos realizados de las 30 más grandes empresas que se cotizan en la Bolsa de Nueva York, y el Dow Jones Global 1800, que de la misma manera incluye las 1800 empresas más tranzadas en la NYSE. También se tiene el NASDAQ, el cual refleja el desempeño de más de 5000 acciones de las empresas tecnológicas más importantes. El Standard & Poor's 500 es el más utilizado como referencia para los inversionistas, e incluye las 500 acciones más grandes negociadas dentro de Estados Unidos. En Europa es muy conocido el IBEX35, correspondiente a las 35 empresas más importantes que se cotizan en la Bolsa de Valores española.

Para entender la importancia de los índices de mercado es necesario saber como están contruidos. La cartera que se va a comparar con un determinado índice debe estar compuesta por los mismos valores que lo

componen. Hay diferentes maneras de calcular los índices, y son tres los métodos más importantes y más utilizados:²⁴

- Ponderación por precio.- Consiste en sumar los precios de las acciones y dividir el resultado por el número de acciones que componen el índice. Por ejemplo, si el índice estuviese compuesto por 3 acciones, A, B y C, y hoy su precio es de \$10, \$12 y \$15 dólares respectivamente, el índice de hoy sería: $(10+12+15)/3 = 12,333$. Si mañana la acción B se divide al dos por uno, es decir 1 acción se convierte en 2 acciones, y los precios son \$10,5 para A, \$6,5 para B y \$16 para C, el índice será: $[10,5+(6,5 \times 2)+16]/3 = 13,1667$. Si se hubiese dividido para 4, el índice sería 9,875 y parecería que los precios bajaron, por esto se debe mantener el número original del divisor, ya que claramente se observa que los precios subieron en 6,7567% $[(13,1667/12,333) - 1]$.
- Ponderación por valor.- Con este método se multiplica el precio de cada acción por el número respectivo de acciones en circulación, y luego se suman para determinar el valor de mercado de ese día. Este último se divide para el valor de mercado del día anterior y se multiplica el resultado por el índice del día anterior, así:

$$I_t = I_0 \times \frac{MV_t}{MV_0}$$

Esta técnica es usada por índice Standard & Poor's 500, que es el promedio ponderado de 500 acciones grandes

- Ponderación por igualdad.- Para este índice hay primero que calcular el precio relativo de cada acción, dividiendo el precio de hoy para el precio de ayer, cuando se ha obtenido el precio relativo de todas las acciones, se suman y se dividen para el número total, es decir se

²⁴ ALEXANDER, G.; SHARPE, W.; BAILEY, J.; *Op.Cit.*; p.420

calcula la media aritmética de los precios relativos. Este procedimiento de cálculo lo utiliza el Value Line (Arithmetic) Index.

- Media Geométrica.- Al igual que el anterior método, éste consiste en calcular los precios relativos y sacar la media geométrica. Este cálculo también es utilizado por el Value Line (Geometric) Index. La media geométrica se calcula sumando los precios relativos y elevándolos a la $1/N$, donde N es el número de acciones para las cuales se calcula el índice.

Generalmente los inversionistas usan indistintamente los índices del mercado como una referencia del desempeño, pero los resultados difieren unos de otros. Como ya se mencionó el Standard & Poor's es el más utilizado para comparar los portafolios, pues parece ser el más adecuado, al utilizar un promedio ponderado.

4.6 Medidas de desempeño ajustadas al riesgo

Una vez obtenidos los resultados de las medidas de rendimiento, es necesario establecer si hubo un buen o mal desempeño comparándolo con una cartera de referencia, como se indicó. Esto requiere determinar el riesgo del portafolio durante un período de tiempo. Éste puede ser medido por beta o por la desviación estándar.

Al tratarse de la evaluación del portafolio ya se cuenta con datos reales de rendimientos, por lo tanto se puede calcular el rendimiento promedio obtenido. Si la cartera se ha desempeñado por 2 años y se procesan datos mensuales, se contará con 24 datos para valorar. La fórmula del rendimiento promedio es la siguiente:

$$ar_p = \frac{\sum_{t=1}^T r_{pt}}{T}$$

Donde ar_p = rendimiento promedio de la cartera
 r_{pt} = rendimiento de la cartera durante el período t
 T = número de períodos evaluados.

Luego de haber calculado la rentabilidad promedio del portafolio, se puede calcular la desviación estándar *ex post*, es decir, después del hecho:

$$\sigma_p = \frac{\sum_{t=1}^T (r_{pt} - ar_p)^2}{T - 1}$$

Donde σ_p = desviación estándar ex post de las rentabilidades

Esta desviación estándar se puede comparar con las desviaciones de otras carteras que estén siendo usadas de referencia. Las rentabilidades también se pueden comparar con las de otras carteras para poder calcular la beta *ex post*.

Si se conoce que el rendimiento excesivo es igual al rendimiento de la cartera menos el rendimiento de un activo libre de riesgo, que también se le puede llamar prima por riesgo, se puede estimar la beta de la siguiente manera:

$$\beta_p = \frac{(T \sum_{t=1}^T er_{Mt} er_{pt}) - (\sum_{t=1}^T er_{pt} \sum_{t=1}^T er_{Mt})}{(T \sum_{t=1}^T er_{Mt}^2) - (\sum_{t=1}^T er_{Mt})^2}$$

Sabiendo que

$$er_{pt} = r_{pt} - r_{ft}$$

Donde er_{pt} = rendimiento excesivo del portafolio

r_{pt} = rendimiento del portafolio

r_{ft} = rendimiento libre de riesgo

$$er_{Mt} = r_{Mt} - r_{ft}$$

Donde er_{Mt} = rendimiento excesivo del mercado

r_{Mt} = rendimiento del mercado

r_{ft} = rendimiento libre de riesgo

Con esta estimación de beta se podrá saber el riesgo de mercado que tuvo la cartera durante un determinado intervalo de tiempo.

Otra manera de comparar el portafolio del inversionista con el mercado es trazar la línea SML ex post, que es la línea que pasa por $(0; ar_f)$ y $(1; ar_M)$ donde ar_f = rendimiento libre de riesgo promedio y ar_M = rendimiento del mercado promedio. De esta manera se puede establecer un rendimiento de referencia para el portafolio con la siguiente fórmula:

$$ar_{bp} = ar_f + (ar_M - ar_f)\beta_p$$

Donde ar_{bp} = rendimiento de referencia

ar_f = rendimiento libre de riesgo de mercado promedio

ar_M = rendimiento del mercado promedio

β_p = Beta del portafolio

Así, si un portafolio tuvo una beta de 0,9, el rendimiento libre de riesgo promedio fue de 3% y el rendimiento promedio del mercado fue de 5,3%, el rendimiento de referencia será:

$$3\% + (5,3\% - 3\%)0,9 = 5,07\%.$$

Ya establecido el rendimiento de referencia se puede obtener una medida de desempeño que será la diferencia entre el rendimiento promedio del portafolio y su rentabilidad de referencia. Esta diferencia también se conoce como alfa *ex post* y se expresa como:

$$\alpha_p = ar_p - ar_{bp}$$

Donde α_p = alfa ex post
 ar_{bp} = rendimiento de referencia
 ar_p = rendimiento promedio

Sustituyendo en esta ecuación la anterior, se obtiene la fórmula que servirá para calcular alfa.

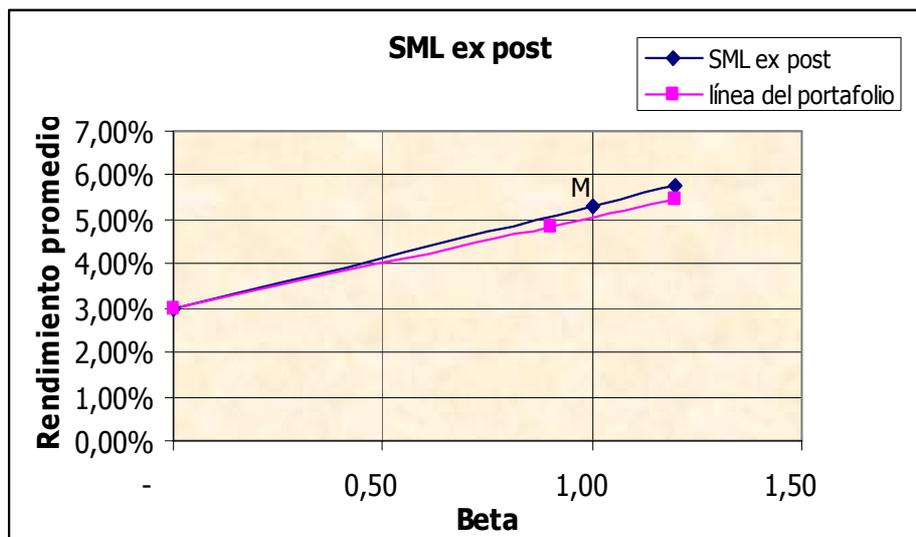
$$\alpha_p = ar_p - [ar_f + (ar_M - ar_f)\beta_p]$$

Si el resultado de alfa es negativo, quiere decir que el portafolio se ha desempeñado por debajo del mercado, es decir que ha tenido un rendimiento inferior, y si alfa es positiva significa que el desempeño ha sido superior al del mercado.

Por ejemplo, la misma cartera que obtuvo una beta ex post de 0,90 y un rendimiento promedio de 4,85% tendrá un alfa de:

$$4,85\% - [3\% + (5,3\% - 3\%)0,9] = - 0,22$$

En el gráfico se puede observar que la línea del portafolio está por debajo de la línea SML ex post.



Lamentablemente se necesita de un período bastante largo de tiempo para que las medidas de desempeño sean representativas, ya que no se puede identificar fácilmente si es habilidad o suerte del administrador. De todas maneras un administrador exitoso pudiese no superar sus referencias de años pasados, y de igual forma, administradores ineficientes pueden llegar a tomar decisiones correctas que superen sus referencias, e incluso tratarse de suerte. Por la naturaleza misma de las inversiones en Bolsa de Valores, se conoce que los resultados son muy volubles y ninguna investigación ha probado con certeza si un administrador tiene habilidad o suerte.

CAPÍTULO 5
CASO PRÁCTICO

CAPÍTULO 5 CASO PRÁCTICO DE OPTIMIZACIÓN DE UN PORTAFOLIO DE INVERSIÓN

Debido a que en el Ecuador no hay suficiente información disponible histórica a cerca de las transacciones realizadas en la Bolsa de Valores en cuanto se refiere a acciones, se trabajará con datos de valores de la Bolsa de Comercio de Santiago (Chile), ya que son datos más cercanos a nuestra realidad, pues al usar datos de la Bolsa de Valores de Nueva Cork (NYSE), la más representativa de los Estados Unidos, los resultados no podrían aplicarse debidamente a un inversionista ecuatoriano.

Los datos históricos recopilados corresponden a 8 acciones tranzadas en la Bolsa de Santiago, y vienen desde julio de 2003 hasta julio de 2004, por lo que se trabajará con rentabilidades mensuales.

Los siguientes datos están expresados en pesos chilenos:

PRECIOS HISTÓRICOS MENSUALES DE VENTA DE LAS ACCIONES								
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR
jul-03	165,00	1.085,00	15,20	720,00	665,00	840,00	223,00	300,10
ago-03	160,00	1.280,00	14,15	820,10	670,00	900,00	237,00	350,00
sep-03	160,00	1.300,00	14,70	950,00	610,00	960,00	265,00	375,00
oct-03	235,00	1.750,00	14,50	940,00	605,00	1.120,00	285,00	400,00
nov-03	235,00	1.500,00	14,20	920,00	560,00	1.020,00	272,50	370,00
dic-03	250,00	1.570,00	13,64	970,00	510,00	1.048,00	295,00	390,00
ene-04	255,00	1.425,00	14,85	935,00	485,00	1.010,00	280,00	360,00
feb-04	270,00	1.590,00	15,70	935,00	564,99	1.220,00	305,00	360,00
mar-04	260,00	1.600,00	15,85	930,00	550,00	1.185,00	320,00	385,00
abr-04	250,00	1.500,00	15,00	950,00	530,00	1.140,00	320,00	350,00
may-04	245,00	1.150,00	15,95	950,00	572,00	1.190,10	310,00	341,65
jun-04	270,00	1.500,00	16,20	980,10	605,00	1.240,50	325,00	350,00
jul-04	273,00	1.500,00	16,31	1.090,00	639,99	1.315,00	325,00	360,00

Los siguientes dividendos fueron mensualizados, para obtener la rentabilidad mensual, ya que los valores originales correspondían a dividendos anuales.

DIVIDENDOS PAGADOS HISTÓRICOS MENSUALES POR CADA ACCIÓN								
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR
jul-03	-	-	-	-	-	-	-	-
ago-03	-	-	-	-	-	-	-	-
sep-03	-	-	-	-	-	-	-	-
oct-03	-	-	-	-	-	-	-	-
nov-03	-	-	-	-	-	-	-	-
dic-03	-	-	-	-	-	-	-	-
ene-04	-	-	-	-	-	-	-	-
feb-04	-	-	-	-	-	-	-	-
mar-04	-	3,33	-	-	-	-	-	-
abr-04	1,58	-	-	-	-	-	-	0,68
may-04	-	-	0,09	0,56	0,22	0,53	1,31	-
jun-04	-	-	-	-	-	-	-	-
jul-04	-	-	-	-	-	-	-	-

RENTABILIDADES HISTÓRICAS MENSUALES									
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR	LIBRE DE RIESGO
jul-03	-	-	-	-	-	-	-	-	1,00%
ago-03	-3,03%	17,97%	-6,91%	13,90%	0,75%	7,14%	6,28%	16,63%	1,00%
sep-03	0,00%	1,56%	3,89%	15,84%	-8,96%	6,67%	11,81%	7,14%	1,00%
oct-03	46,88%	34,62%	-1,36%	-1,05%	-0,82%	16,67%	7,55%	6,67%	1,00%
nov-03	0,00%	-14,29%	-2,07%	-2,13%	-7,44%	-8,93%	-4,39%	-7,50%	1,00%
dic-03	6,38%	4,67%	-3,94%	5,43%	-8,93%	2,75%	8,26%	5,41%	1,00%
ene-04	2,00%	-9,24%	8,87%	-3,61%	-4,90%	-3,63%	-5,08%	-7,69%	1,00%
feb-04	5,88%	11,58%	5,72%	0,00%	16,49%	20,79%	8,93%	0,00%	1,00%
mar-04	-3,70%	0,84%	0,96%	-0,53%	-2,65%	-2,87%	4,92%	6,94%	1,00%
abr-04	-3,24%	-6,25%	-5,36%	2,15%	-3,64%	-3,80%	0,00%	-8,91%	1,00%
may-04	-2,00%	-23,33%	6,94%	0,06%	7,97%	4,44%	-2,72%	-2,39%	1,00%
jun-04	10,20%	30,43%	1,57%	3,17%	5,77%	4,23%	4,84%	2,44%	1,00%
jul-04	1,11%	0,00%	0,68%	11,21%	5,78%	6,01%	0,00%	2,86%	1,00%

Con los datos de las rentabilidades mensuales se puede establecer la matriz de correlaciones, y la matriz de varianzas y covarianzas necesaria para el cálculo de la frontera eficiente.

MATRIZ DE CORRELACIONES									
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR	LIBRE DE RIESGO
BANMÉDICA	1,00	0,675	-0,060	-0,250	0,054	0,544	0,306	0,181	0,000
BBVA	0,675	1,00	-0,304	0,184	0,193	0,603	0,651	0,592	0,000
BCO. SANTANDER	-0,060	0,304	1,00	-0,322	0,351	0,152	-0,202	-0,347	0,000
CEMENTOS	-0,250	0,184	-0,322	1,00	-0,119	0,205	0,500	0,641	0,000
CONCHA Y TORO	0,054	0,193	0,351	-0,119	1,00	0,623	0,039	0,023	0,000
FALABELLA	0,544	0,603	0,152	0,205	0,623	1,00	0,651	0,466	0,000
HABITAT	0,306	0,651	-0,202	0,500	0,039	0,651	1,00	0,719	0,000
TELSUR	0,181	0,592	-0,347	0,641	0,023	0,466	0,719	1,00	0,000
LIBRE DE RIESGO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	1,00

MATRIZ DE VARIANZAS Y COVARIANZAS									
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR	LIBRE DE RIESGO
BANMÉDICA	0,0176	0,015	0,000	-0,002	0,001	0,006	0,002	0,002	0,000
BBVA	0,015	0,0274	-0,002	0,002	0,002	0,008	0,006	0,007	0,000
BCO. SANTANDER	0,000	-0,002	0,0023	-0,001	0,001	0,001	-0,001	-0,001	0,000
CEMENTOS	-0,002	0,002	-0,001	0,0039	-0,001	0,001	0,002	0,003	0,000
CONCHA Y TORO	0,001	0,002	0,001	-0,001	0,0055	0,004	0,000	0,000	0,000
FALABELLA	0,006	0,008	0,001	0,001	0,004	0,0067	0,003	0,003	0,000
HABITAT	0,002	0,006	-0,001	0,002	0,000	0,003	0,0029	0,003	0,000
TELSUR	0,002	0,007	-0,001	0,003	0,000	0,003	0,003	0,0052	0,000
LIBRE DE RIESGO	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,0000

En este caso se incluyó un activo libre de riesgo, como lo es un certificado de depósito a plazo que paga el 12% anual, es decir el 1% mensual. El período de tenencia de los valores se consideró como 1 mes, luego del cual se puede volver a reinvertir. El cálculo de la frontera eficiente se realizó a través de la programación cuadrática para minimizar el riesgo:

PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA: MINIMIZACIÓN DEL RIESGO											
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR	LIBRE DE RIESGO	TOTAL	RIESGO DEL PORTAFOLIO
Ponderaciones	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	100,00%	0,000%
Restricciones	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	=1	
Rent. Esperada	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	1,00%	1,00%	=1,00%

Fuente: SÁENZ, Rodrigo; "Notas sobre Portafolios de Inversión"; Febrero 2004; p. 72

Elaborado por: Cristina Tufiño

PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA: MINIMIZACIÓN DEL RIESGO											
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR	LIBRE DE RIESGO	TOTAL	RIESGO DEL PORTAFOLIO
Ponderaciones	12,59%	0,00%	13,40%	34,61%	0,00%	0,00%	3,77%	0,00%	35,63%	100,00%	2,386%
Restricciones	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	=1	
Rent. Esperada	0,63%	0,00%	0,10%	1,28%	0,00%	0,00%	0,13%	0,00%	0,36%	2,50%	=2,50%

Fuente: SÁENZ, Rodrigo; "Notas sobre Portafolios de Inversión"; Febrero 2004; p. 72

Elaborado por: Cristina Tufiño

PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA: MINIMIZACIÓN DEL RIESGO											
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR	LIBRE DE RIESGO	TOTAL	RIESGO DEL PORTAFOLIO
Ponderaciones	19,78%	0,00%	20,26%	54,20%	0,00%	0,00%	5,76%	0,00%	0,00%	100,00%	3,739%
Restricciones	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	=1	
Rent. Esperada	1,00%	0,00%	0,15%	2,01%	0,00%	0,00%	0,19%	0,00%	0,00%	3,35%	=3,35%

Fuente: SÁENZ, Rodrigo; "Notas sobre Portafolios de Inversión"; Febrero 2004; p. 72

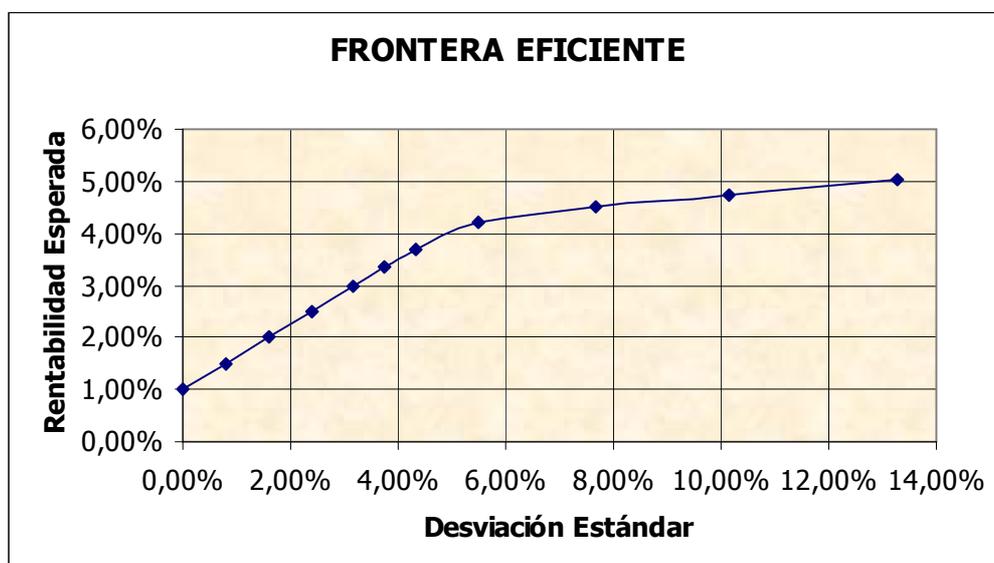
Elaborado por: Cristina Tufiño

PROGRAMACIÓN CUADRÁTICA: MINIMIZACIÓN DEL RIESGO											
	BANMÉDICA	BBVA	BCO. SANTANDER	CEMENTOS	CONCHA Y TORO	FALABELLA	HABITAT	TELSUR	LIBRE DE RIESGO	TOTAL	RIESGO DEL PORTAFOLIO
Ponderaciones	100,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	13,274%
Restricciones	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	<=1	=1	
Rent. Esperada	5,04%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,04%	=6,00%

Fuente: SÁENZ, Rodrigo; "Notas sobre Portafolios de Inversión"; Febrero 2004; p. 72

Elaborado por: Cristina Tufiño

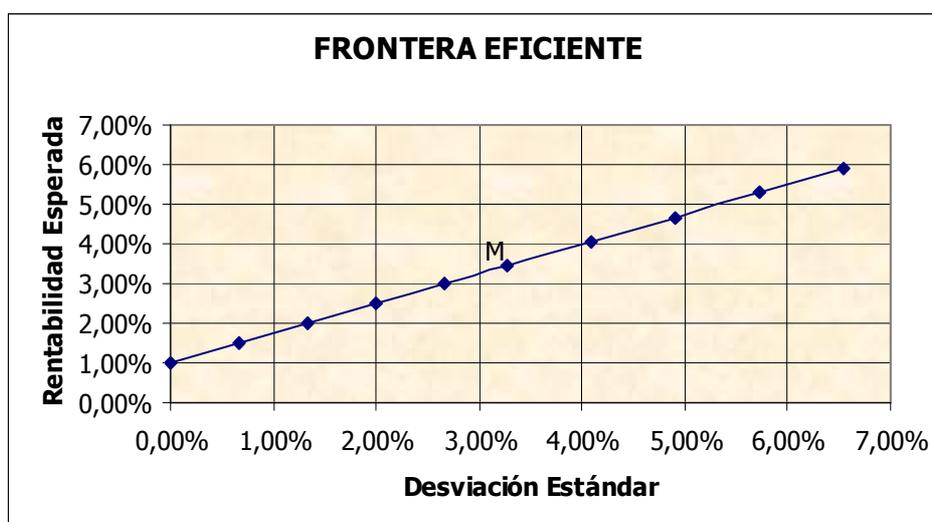
FRONTERA EFICIENTE	
RIESGO MÍNIMO	RENTAB. ESPERADA
0,000%	1,00%
0,795%	1,50%
1,591%	2,00%
2,386%	2,50%
3,182%	3,00%
3,739%	3,35%
4,344%	3,70%
5,483%	4,20%
7,678%	4,50%
10,138%	4,75%
13,274%	5,04%



La combinación óptima para este portafolio se dará dependiendo de las curvas de indiferencia del cliente. El punto donde ya no se incluye el activo libre de riesgo ocurre cuando se espera una rentabilidad de 3,35%.

Ahora si se asume que se pedirán fondos prestados a la misma tasa de interés libre de riesgo, la frontera eficiente cambiará, para convertirse en una línea recta, así:

FRONTERA EFICIENTE		
RIESGO MÍNIMO	RENTAB. ESPERADA	
0,000%	1,00%	
0,795%	1,50%	
1,591%	2,00%	
2,386%	2,50%	
3,739%	3,35%	
4,673%	3,94%	+ 25% de préstamo
5,608%	4,53%	+ 50% de préstamo
6,543%	5,11%	+ 75% de préstamo
7,478%	5,70%	+ 100% de préstamo



El punto M, conocido como cartera de mercado está en 3,35% de rentabilidad esperada con 3,739% de desviación estándar. Y a través de esta línea estarán todas las combinaciones posibles que pueden conformar un portafolio óptimo con los valores antes mencionados

CAPÍTULO 6
CONCLUSIONES Y
RECOMENDACIONES

CAPÍTULO 6 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

6.1. Conclusiones

- Para formar un portafolio de inversiones, se debe tener un conocimiento claro respecto de su rentabilidad y riesgo, y de los valores individuales que lo conforman.
- Existe un proceso de inversión que requiere establecer políticas de inversión de acuerdo a las necesidades del cliente, para lo cual es muy importante conocer las curvas de indiferencia del inversionista y saber como calcularlas.
- Es primordial conocer el mercado de valores y como funciona, para llevar a cabo un análisis profundo de los títulos que conformarán la cartera. Los conocimientos económicos, cuantitativos y cualitativos son de vital importancia para predecir los rendimientos futuros, que son la base de la optimización de un portafolio.
- La volatilidad de las rentabilidades se ve reflejada en el riesgo, que es otro punto clave para determinar el portafolio óptimo para el inversionista, ya que su elección dependerá en gran parte de su aversión al riesgo.
- Los conceptos de varianza, desviación estándar, covarianza y correlación deben estar claros para poder desarrollar el modelo de Markowitz que optimizará el portafolio de inversión.

- El modelo de Harry Markowitz define la frontera eficiente que servirá de referencia para un período determinado, luego del cual se puede volver a aplicar. Esta frontera eficiente es una referencia de lo que se puede obtener en lo que se refiere a riesgo y rentabilidad, ya que no garantiza que los resultados reales serán los mismos.
- Un buen administrador de carteras sabrá hacer revisiones continuas, siempre buscando obtener el mejor desempeño de acuerdo a las preferencias del cliente, así como éste último tiene derecho a evaluar el desenvolvimiento de sus inversiones y así fijar nuevas metas.

6.2 Recomendaciones

Durante la realización de la tesis el mayor problema fue la falta de información de datos acerca de los precios históricos de los valores tranzados en la Bolsa de Valores de Quito o Guayaquil, por lo cual se debió utilizar datos de la Bolsa de Santiago, Chile. Esto se debe en gran parte a que el mercado de valores ecuatoriano no está tan desarrollado como en otros países incluso de América Latina.

Si bien los bancos manejan mesas de dinero y hacen transacciones en grandes cantidades, no se compara con el nivel de otros mercados de valores. Por esta razón también es difícil establecer que método se utiliza para optimizar las carteras aquí en el país.

De todas maneras la teoría de Harry Markowitz fue el inicio de la teoría moderna del portafolio, y las restricciones que este modelo tiene son sensatas y coherentes con la situación real actual, por lo que es muy utilizado alrededor del mundo como referencia para la optimización de inversiones y debería ser adoptado en el sistema ecuatoriano de manejo de fondos de inversión, sin dejar de lado, que

la intuición de los administradores ha demostrado varias veces, a lo largo del tiempo, ser útil para predecir las fluctuaciones de los valores.

Se recomienda así mismo que, de igual manera, como se realiza la evaluación del desempeño del portafolio, se establezcan estrategias, que permitan al administrador decidir que gestión se debe hacer, para mejorar el rendimiento de dicho portafolio.

BIBLIOGRAFÍA

- FABOZZI, Frank; MODIGLIANI, Franco; FERRI, Michael; "*Mercados e Instituciones Financieras*"; Editorial Prentice Hall; Primera Edición; 1996
- ALEXANDER, Gordon; SHARPE, William; BAILEY, Jeffery; "*Fundamentos de Inversiones*"; Editorial Prentice Hall; Tercera Edición; 2003
- ELTON, Edwin; GRUBER, Martin; "*Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*"; Editorial John Wiley & Sons, Inc.; Nueva York; 1992
- BENTON, E. Gup; "*Principios Básicos sobre Inversiones*"; Editorial C.E.C.S.A.; México; 1982
- EPPEN, G.D.; GOULD, F.J.; "*Investigación de Operaciones en la Ciencia Administrativa*"; Editorial Prentice Hall; Quinta Edición; 2000
- SÁENZ, Rodrigo; "*Notas sobre Portafolios de Inversión*"; Febrero 2004
- BACHILLER CACHO, A.; "*Bolsa y Gestión de Carteras*"; Sección El Modelo de Markowitz; 2001; <http://www.5campus.org/bolsa>
- JOHNSON, Christian; "*Métodos para Evaluación del Riesgo para Portafolios de Inversión*"; Documentos del Banco Central de Chile; 2000; <http://www.bcentral.cl/Estudios/DTBC/doctrab.htm>
- <http://www.dowjones.com/indexes>
- <http://www.ccbvq.com>
- <http://www.bolsadesantiago.com>